Wahrscheinlichkeit und Induktion

Inaugural-Dissertation

zur

Erlangung der Doktorwürde
der Hohen Philosophischen Fakultät

der

Vereinigten Friedrichs-Universität
Halle-Wittenberg

R. UNIV.
BIBLIOTHEEK
LEIDEN

vorgelegt von

Marie Deutschbein
aus Zwickau Sa.

Halle a. S.
1920

Referent: Professor Dr. Paul Menzer

Tag der mündlichen Prüfung: 29. Juli 1919.

Inhaltsübersicht.

Einleitung 5
I. Kapitel: Die subjektive und objektive Richtung in der Auffassung der Wahrscheinlichkeitsrechnung. 13
II. Kapitel: Die Vertreter der subjektiven Auffassung.
a) Die Theorie Stumpfs 14
b) Sigwarts Auffassung. 21
III. Kapitel: Zwischenstellungen.
a) Die Spielraumstheorie von v. Kries 26
b) Meinong: Die Wahrscheinlichkeit vom gegenstandstheoretischen Standpunkt aus. 36
IV. Kapitel: Die Vertreter der objektiven Richtung.
a) Die Theorie von Fries 49
b) Versuche einer transzendentalen Begründung der Wahrscheinlichkeitssätze. (Zilsel, Reichenbach.) 59
Schlußbetrachtungen 73

Verzeichnis der Literatur.

E. Fr. Apelt: Theorie der Induktion, Leipzig 1854.

Jac. Bernoulli: Ars conjectandi, opus posthumum, Basel 1713.

G. Cantor: Historische Notizen über Wahrscheinlichkeitsrechnung. Halle 1874.

M. Cantor: Geschichte der Mathematik. Bd. II, III, IV. Leipzig 1900—1908.

A. Cournot: Exposition de la Théorie des Chances et des Probabilités. (Deutsch von Schnuse). Paris 1843.

E. Czuber: Die Entwicklung der Wahrscheinlichkeitsrechnung und ihrer Anwendungen. Jahresbericht der Deutschen Mathematikervereinigung. Leipzig 1899. Bd. VII.

—: Wahrscheinlichkeitsrechnung und ihre Anwendung auf Fehlerbeobachtung, Statistik und Lebensversicherung. Leipzig 1903.

M. W. Drobisch: Moralische Statistik und Willensfreiheit. Leipzig 1867.

A. Fick: Philosophischer Versuch über die Wahrscheinlichkeiten. Würzburg 1883.

J. F. Fries: System der Logik. Heidelberg. 3. Auflage. 1837.

—: Versuch einer Kritik der Prinzipien der Wahrscheinlichkeitsrechnung. Braunschweig 1842.

K. Grelling: Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung. Göttingen 1910.

G. Hagen: Grundzüge der Wahrscheinlichkeitsrechnung. Berlin 1882.

E. v. Hartmann: Die Grundlage des Wahrscheinlichkeitsurteils. Vierteljahrsschrift für wissenschaftl. Philosophie. Bd. XXVIII.

David Hume: A Treatise of Human-Nature Vol. I; edited by Green and Grose, London 1898.

J. v. Kries: Die Prinzipien der Wahrscheinlichkeitsrechnung. Freiburg 1886.

—: Über den Begriff der objektiven Möglichkeit. Vierteljahrsschrift für wissenschaftl. Philosophie. Bd. XII.

—: Logik, Grundzüge einer kritischen und formalen Urteilslehre. Freiburg 1916.

P. S. de Laplace: Essai philosophique sur les Probabilités. IVième Edition. Paris 1819.

C. F. Lange: Logische Studien. Leipzig 1894.

A. Meinong: Über Annahmen. Leipzig. 1910.

—: Über Möglichkeit und Wahrscheinlichkeit. Beiträge zur Gegenstandstheorie und Erkenntnistheorie. Leipzig 1915.

K. Marbe: Die Gleichförmigkeit in der Natur. München 1916.

H. Reichenbach: Der Begriff der Wahrscheinlichkeit für die mathematische Darstellung der Wirklichkeit. Ztschrft. für Philosophie und philosophische Kritik. Bd. 161—163.

Ch. Sigwart: Logik. 4. Aufl. Tübingen 1911. 2 Bde.

O. Sterzinger: Zur Logik und Naturphilosophie der Wahrscheinlichkeitslehre. (Diss. Giessen). Leipzig 1911.

C. Stumpf: Über den Begriff der mathematischen Wahrscheinlichkeit. Sitzungsberichte der königl. bayr. Akademie der Wissenschaften. München 1892.

E. Timerding: Die Analyse des Zufalls. Braunschweig 1915.

Todhunter: History of the Mathematical Theorie of Probability from the time of Pascal to that of Laplace. London 1865.

E. Zilsel: Das Anwendungsproblem. Leipzig 1916.

Einleitung.

Mit dem Aufkommen der induktiven Erkenntnismethode gewinnen auch die Probleme der Wahrscheinlichkeit ihre Bedeutung. Es waren vor allen die englischen Philosophen Locke und hauptsächlich Hume, die die Wahrscheinlichkeitsfragen in Angriff nahmen. Locke hatte das menschliche Erkennen in Wissen und Wahrscheinlichkeit eingeteilt, in diesem Sinne besitzt das Wissen die Gewißheit, welche aus der Vergleichung von Vorstellungen erwächst, während alle Kausalschlüsse nur Wahrscheinlichkeit enthalten. So ist es z. B. nur wahrscheinlich, daß alle Menschen sterben müssen. Nach Hume hingegen hat das menschliche Erkennen drei Grade der Gewißheit: Wissen, Erfahrung und Wahrscheinlichkeit. (knowledge, proofs, probability.)

Hume schreibt darüber: „By knowledge, I mean the assurance arising from the comparison of ideas. By proofs, those arguments, which are derived from the relation of cause and effect, and which are entirely free from doubt and uncertainty. By probability, that evidence, which is still attended with uncertainty."[1])

Diese dritte Art von Erkenntnis, die Wahrscheinlichkeitserkenntnis, gründet sich entweder auf den Zufall (chance) oder entspringt (arises) aus Ursachen (causes).

Der Zufall ist nach Hume nichts Wirkliches, sondern nur die Verneinung einer Ursache. Er besteht für Hume nur subjektiv, nämlich da, wo wir die Ursache nicht kennen, denn im objektiven Geschehen kennt Hume keinen Zufall, er nimmt einen strengen Kausalnexus an. Zufall bedeutet für Hume vollständige Indifferenz bezüglich verschiedener denkbarer

[1]) A Treatise of Human Nature. Vol. I; edited by Green and Grose. S. 423.

Möglichkeiten. Sie sind deshalb alle gleichzusetzen, denn gibt man einer den Vorzug, so muß dafür ein Grund, d. h. eine Ursache, vorhanden sein, und dies würde keine Indifferenz mehr bedeuten.

Hingegen gesteht Hume die quantitative Überlegenheit solcher Möglichkeiten über einander zu. „No one chance can possibly be superior to another, otherwise than as it is composed of a superior number of equal chances.[1])

Wie kommt es nun aber, fragt Hume, daß wir den Möglichkeiten, die für uns untereinander indifferent sind, eine quantitative Überlegenheit zuerkennen? „The question is, by what means a superior number of equal chances operates upon the mind, and produces belief or assent?"[2])

Dies läßt sich nach Hume weder logisch beweisen, noch durch Erfahrung bestätigen. Wohl aber, meint Hume, läßt es sich dadurch erklären, daß die größere Anzahl von Möglichkeiten, die sich in einer Vorstellung findet, dieser Vorstellung eine größere Energie und Lebhaftigkeit gibt und wir somit dieser größeren Glauben schenken als ihrem Gegenteil.

Die zweite Art von Wahrscheinlichkeitserkenntnis, diejenige aus Ursachen, findet sich nach Hume in denjenigen induktiven Schlüssen vor, bei denen entweder die Gewißheit des Erfahrungsschlusses noch nicht erreicht werden kann, weil die Anzahl der Beobachtungen zu gering ist, um die Erfahrungserkenntnis hervorzurufen, oder dort, wo wir durch einen Widerspruch in der Erfahrung schwankend gemacht werden.

In letzterem Fall können wir aber nach Hume zu einem einheitlichen Urteil durch quantitative Erwägungen gelangen. Er schreibt: „When in considering past experiments we find them of a contrary nature, this determination, though full and perfect in itself, presents us with no steady object, but offers us a number of disagreeing images in an certain order and proportion. The first impulse, therefore, is here broke into pieces, and diffuses itself over all those images, of which

---

[1]) Ebenda S. 424.

[2]) Ebenda S. 426.

each partakes an equal share of that force and vivacity, that is derived from the impulse."[1])

Hume meint, das ursprüngliche Nebeneinander müsse sich ändern, die Bilder müßten sich in Eins vereinigen. Dasjenige aber, das die meisten Einzelfälle enthalte, werde die größere Lebhaftigkeit und Energie besitzen, und unser Schluß wird sich darnach richten.

Damit rollt Hume die Probleme, die in dem quantitativen Charakter der Wahrscheinlichkeit liegen, auf, merkwürdiger Weise geht er aber nicht auf die damals schon ziemlich entwickelte Wahrscheinlichkeitsrechnung ein, sondern begnügt sich mit dieser kurzen psychologischen Erklärung.

Die Wahrscheinlichkeitsrechnung selbst, deren erste Anfänge sich bis in das fünfzehnte Jahrhundert[2]) verfolgen lassen, und als deren eigentliche Begründer Pascal († 1662) und Fermat anzusehen sind, hat merkwürdiger Weise von philosophischer Seite bis zu Anfang des neunzehnten Jahrhunderts wenig Beachtung gefunden..

Leibniz zeigte zwar großes Interesse für die Wahrscheinlichkeitsrechnung, hat aber selbst nichts Positives dazu beigetragen. Er interessierte sich für alle Art Spiele, er behauptet, daß die Menschen nirgends mehr Geist zeigen als in ihren Amusements, und daß selbst die Kinder die Aufmerksamkeit großer Mathematiker auf sich ziehen könnten. Er wünschte eine systematische Abhandlung über Spiele (Rechenspiele, Schach, Billard usw.) geschrieben zu sehen, denn dergleichen Betrachtungen sah er als nützlich für die Erfindungskunst an. Aber ein eigentliches Werk oder eine Abhandlung über die Wahrscheinlichkeitsrechnung besitzen wir von Leibniz nicht, wiewohl er den Gedanken gefaßt und sich auch gelegentlich darüber geäußert hatte, einen Teil seiner Logik unter dem Titel: De aestimandis gradibus probabilitatis zu schreiben[3]).

---

[1]) Ebenda S. 432..

[2]) Die ersten Spuren der Wahrscheinlichkeitsrechnung fand man in einem Commentar zur Divina Comoedia im Jahre 1477. Es ist dies eine Betrachtung über die verschiedenen Fälle, welche eintreten können beim Spiele mit drei Würfeln.

[3]) Vergl. Windelband, Geschichte der Philosophie (5. Aufl.) I. S. 463.

Den ersten Versuch, die Wahrscheinlichkeitsrechnung auf ein wissenschaftliches System zu gründen, müssen wir in der Ars conjectandi von Jacob Bernoulli erblicken, die im Jahre 1713 nach seinem Tode erschien.

Bernoulli betont, daß die mathematische Überlegung zu einer viel schärferen und richtigeren Erkenntnis des tatsächlichen Verhaltens der Dinge führe, als die gewöhnliche Betrachtungsweise. Er schreibt: Auctor (Huyghens) adstruxit, posse quattuor iactibus cum lucro suscipi, ut una tessera senarius iaciatur; nunc asserit, nondum illud 24 iactibus posse, ut duabus tesseris duo iaciantur senarii; quae multis plane videbuntur ἀσύστατα, cum 24 iactus ad omnes 36 iactus duarum tesserarum eandem praecise rationem servent, quam 4 iactus ad omnes sex iactus unius tesserae. Eadem olim difficultate constrictus haesit..Anonymus quidam caetera subacti iudicii Vir, sed Geometriae expers. Hac enim qui imbuti sunt, eiusmodi ἐναντιοφανείας minime morantur, probe conscii dari innumera, quae admoto calculo aliter se habere comperiuntur, quam initio apparebant; ideoque sedulo cavent, iuxta id quod semel iterumque monui, ne quicquam analogiis temere tribuant.[1])

Hatte man bis dahin die Wahrscheinlichkeitsrechnung nur auf Glücksspiele und vereinzelt wohl einmal auf Geburts- und Sterberegister angewendet, so ist Bernoulli der Erste, der über dies Anwendungsgebiet hinausgeht und sie auch auf das bürgerliche, sittliche und wirtschaftliche Leben anwendet. Er will eine Vermutungs- oder Mutmaßungskunst aufstellen. „Conjicere rem aliquam est metiri illius probabilitatem: ideoque Ars Conjectandi sive Stochastice nobis definitur ars metiendi quam fieri potest exactissime probabilitates rerum, eo fine, ut in judiciis et actionibus nostris semper eligere vel sequi possimus id, quod melius, satius, tutius aut consultius fuerit deprehensum; in quo solo omnis Philosophi sapientia et Politici prudentia versatur".[2])

Da es aber bei den Fällen des praktischen Lebens ausgeschlossen sei, wie bei den Glücksspielen gleichmögliche Fälle

[1]) Ars conjectandi, Basel 1713. I. Teil, Prop. XI. Annotat K. S. 29.
[2]) Ebenda IV. Teil Kap. 2. S. 213.

a priori aufzustellen, so müsse hier ein anderer Weg zur Berechnung gesucht werden. Dieser biete sich uns dar durch die Erfahrung, indem wir a posteriori, d. h. aus dem Erfolge, welcher bei ähnlichen Beispielen in zahlreichen Fällen beobachtet wird, das Wahrscheinlichkeitsverhältnis bestimmen können. Bernoulli sucht dafür den mathematischen Beweis zu geben, welcher fortan als das sogenannte Bernoullische Theorem oder später als das Gesetz der großen Zahlen eine große Rolle in der Wahrscheinlichkeitsrechnung spielt.

Sein Satz lautet: Vocabo casus illos, quibus eventus quidam contingere potest, foecundos seu fertiles; et steriles illos, quibus idem eventus potest non contingere: nec non experimenta foecunda sive fertilia illa, quibus aliquis casuum fertilium evenire deprehenditur; et infoecunda sive sterilia, quibus sterilium aliquis contingere observatur. Si igitur numerus casuum fertilium ad numerum sterilium vel praecise vel proxime in ratione $\frac{r}{s}$, adeoque ad numerum omnium in ratione $\frac{r}{r+s}$ seu $\frac{r}{t}$, quam rationem terminent limites $\frac{r+1}{t}$ et $\frac{r-1}{t}$. Ostendendum est, tot posse capi experimenta, ut datis quotlibet (puta c) vicibus verisimilius evadat, numerum fertilium observationum intra hos limites quam extra casurum esse, h. e. numerum fertilium ad numerum omnium observationum rationem habiturum nec majorem quam $\frac{r+1}{t}$ nec minorem quam $\frac{r-1}{t}$.[1])

Trotzdem durch Bernoullis Werk die Wahrscheinlichkeitsrechnung wesentliche Fortschritte erfahren hat — er hat sie mathematisch gefördert, indem er ihre Aufgaben systematisch ordnete und sie präzise formte und eleganter berechnete als seine Vorgänger, und er hat der empirischen Wahrscheinlichkeit durch seinen analytischen Beweis eine mathematisch wissenschaftliche Grundlage verschafft, so daß die Wahrscheinlichkeitsrechnung auch auf andere Gebiete als auf Glücksspiele angewendet werden kann, so entbehren die Überlegungen Bernoullis noch jeder tieferen philosophischen Begründung, sein Interesse gilt vor allem den rein mathematischen Problemen.

---

[1]) Ebenda IV. Teil Kap. 5. S. 236.

Es ist eigentlich erst Laplace, der sich Gedanken über die philosophischen Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung machte, und sie im „Essai philosophique sur les Probabilités" welcher zuerst im Jahre 1814 als Einleitung zur zweiten Auflage der „Théorie analytique des Probabilités" erschien, niederlegte.

Als Mathematiker hat er dadurch, daß er die bis dahin noch schwerfälligen Rechnungen durch Anwendung der Analysis auf äußerst elegante Formeln brachte, die Wahrscheinlichkeitsrechnung zu einer hochentwickelten Disziplin emporgehoben. Er selbst sah in ihr den in Rechnung gebrachten gesunden Menschenverstand, der dasjenige mit Genauigkeit bestimmen lehrt, was ein richtiger Verstand durch eine Art von Instinkt fühlt, ohne sich Rechenschaft davon geben zu können.

Die Bedeutung der Wahrscheinlichkeitsrechnung sieht Laplace darin, daß wir durch sie das, was wir infolge unserer mangelhaften Erkenntnis zunächst nur als etwas Schwankendes und Unsicheres ansehen müssen, zu einer gewissen Klarheit bringen können. Sie befreit die Erkenntnis von Furcht, Hoffnung und Aberglauben. Laplace glaubt, daß ähnlich, wie uns Mathematik und Mechanik in der Astronomie Aufklärung und Erkenntnis verschafft haben, so daß wir jetzt Sonnenfinsternisse und andere kosmische Ereignisse vorhersagen können, uns auch die Wahrscheinlichkeitsrechnung eine Berechnung des Zufalls geben kann.

Deshalb scheint es ihm äußerst erforderlich, sie als eine wichtige Disziplin in der Schule eingeführt zu sehen, und sein „Essai" ist vor allem mit der Tendenz geschrieben, das Anwendungsgebiet der Wahrscheinlichkeitsrechnung als ein möglichst weites darzustellen, um den großen Wert dieses Verfahrens für seine Leser hervorzuheben.

Die Wahrscheinlichkeitsrechnung setzt nach Laplace dort ein, wo uns ein kausaler Zusammenhang infolge unseres mangelhaften Erkenntnisvermögens verschlossen ist. Das objektive Weltgeschehen ist an sich durchaus eindeutig bestimmt, ein allumfassender Verstand würde es bis ins kleinste genau berechnen können.

Der Wahrscheinlichkeitsansatz hängt demnach ab, teils von unserer Kenntnis, teils von unserer Unwissenheit. „La probabilité est relative en partie à cette ignorance en partie à nos connaissances."[1])

„La théorie des hasards," fährt Laplace fort, „ consiste à réduire tous les événemens du même genre, à un certain nombre de cas également possibles, c'est- à- dire, tels que nous soyons également indécis sur leur existence."[2])

Hiernach hängt also der Wahrscheinlichkeitsansatz lediglich von unseren Kenntnissen ab, er wird verschieden ausfallen, je nachdem wir mehr oder weniger über die betreffende Materie wissen.

Diese subjektive Auffassung geht vor allem aus folgendem Beispiel hervor: „En faisant, par exemple, remonter la plus ancienne époque de l'histoire, à cinq mille ans, ou à 1826213 jours, et le soleil s'étant levé constamment dans cet intervalle, à chaque révolution de vingt-quatre heures; il y a 1826214 à parier contre un, qu' il se lèvera encore demain. Mais ce nombre est incomparablement plus fort pour celui qui connaissant par l'ensemble des phénomènes, le principe régulateur des jours et des saisons, voit que rien dans le moment actuel, ne peut en arrêter le cours.[3])

Im Gegensatz aber zu dieser subjektiven Auffassung, nimmt Laplace auch ein in den Dingen liegendes Naturgesetz an, das wir mit Hilfe der Wahrscheinlichkeitsrechnung erkennen können. Er glaubt an eine gesetzmäßige Entfaltung der Möglichkeiten, wobei sich die variablen einzelnen Bedingungen ausgleichen, während die konstanten die allein wirksamen bleiben. Er schreibt: „Au milieu des causes variables et inconnues que nous comprenons sous le nom de hasard, et qui rendent incertaine et irrégulière, la marche des événemens; on voit naître à mesure qu' ils se multiplient, une régularité frappante qui semble tenir à un dessein, et que l' on a considérée comme une preuve de la providence. Mais en y réfléchissant,

[1]) Zitiert ist nach der vierten Edition des Essai philosophique sur les Probablilités. Paris 1819. Vgl. hierfür S. 7.

[2]) Ebenda S. 7.

[3]) Ebenda S. 23.

on reconnaît bientôt que cette régularité n'est que le développement des possibilités respectives des événemens simples qui doivent se présenter plus souvent, lorsqu'ils sont plus probables."[1])

Aus dieser Erscheinung läßt sich nach Laplace die Konsequenz ziehen, „qui doit être regardée comme une loi générale", daß die Verhältnisse der Wirkungen der Natur fast konstant sind, wenn sie in großer Anzahl betrachtet werden können. Hierauf gründen sich die Berechnungen der Lotterien und der Ernteerträge.

Diese Betrachtungen überträgt Laplace auch auf die ewigen Vernunftgesetze, die sich im geschichtlichen Leben realisieren. Diese Vernunftgesetze sind hier die konstanten allgemeinen Bedingungen, deren Wirkung doch zum Ausdruck kommen muß, mögen auch die einzelnen Geschehnisse im Laufe der Geschichte noch so unregelmäßig verlaufen. „Que l' on consulte les histoires et sa propre expérience" ruft Laplace aus, „on y verra tous les faits venir à l' appui de ce résultat du calcul".[2])

Laplace wendet nun die Wahrscheinlichkeitsrechnung auf die allerverschiedensten Gebiete an, er glaubt, daß sich ihr jeder Gegenstand der Erfahrung unterwerfen lassen müsse. Er versucht zu zeigen, wie sie sich auf Naturerscheinungen, moralische Wissenschaften, Zeugenaussagen, richterliche Tribunale, Sterblichkeits- und Versicherungstabellen anwenden läßt.

Einerseits gründet er bei seinen Berechnungen die Ansätze auf rein subjektive Momente, die allerdings von allen Gefühlen und Hoffnungen befreit sein müssen, andrerseits aber nimmt er ein in den Dingen liegendes Naturgesetz an, das wir mit Hilfe der Wahrscheinlichkeitsrechnung erkennen können.

Eine klare Unterscheidung dieser doppelten Bedeutung der Wahrscheinlichkeitsrechnung liegt bei Laplace nicht vor. Er sucht auch für beide Auffassungen keine tiefere philosophische Begründung. Er ist in erster Linie Mathematiker und sagt selbst, daß er die Aufmerksamkeit der Philosophen auf die Wahrscheinlichkeitstheorie lenken möchte, die ihm als äußerst wichtiges Moment für die Erkenntnis erscheint.

[1]) Ebenda S. 77.
[2]) Ebenda S. 80.

I. Kapitel.

Die subjektive und objektive Richtung in der Auffassung der Wahrscheinlichkeitsrechnung.

Die nun folgenden philosophischen Theorien lassen deutlich zwei Richtungen in der Auffassung der Wahrscheinlichkeitsrechnung erkennen. Man bezeichnet sie gewöhnlich als die subjektive und objektive Auffassung.[1])

Die subjektive Richtung knüpft an die Laplacesche Auffassung an, die Wahrscheinlichkeitsrechnung als die Rechnung des gesunden Menschenverstandes anzusehen, die vor allem unsere Erkenntnis von allem Gefühlsbeiwerk befreit und deshalb befähigt ist, ein Maß für unsere vernünftigen Erwartungen zu geben. Der Wahrscheinlichkeitsansatz muß lediglich auf logischen Überlegungen beruhen, hängt aber nur von unsern subjektiven Kenntnissen über eine uns jeweils gegebene Urteilsmaterie ab. Er kann und will deshalb nichts über die wirklichen Dinge aussagen, denn er wird ja gerade deshalb gebildet, weil uns die objektive Kenntnis bis zu einem gewissen Grade fehlt. In bezug auf das Eintreffen eines bestimmten Falles erscheinen uns verschiedene Möglichkeiten als gleichwertig, wir haben keinen Grund, die eine vor der anderen zu bevorzugen. Deshalb stützt sich diese Theorie auf den sogenannten „mangelnden" Grund. Die subjektive Auffassung sieht in der Wahrscheinlichkeitsrechnung nichts anderes als eine Erwartungsbildung, die lediglich durch logische Überlegungen geregelt wird, deren Ansatzpunkte aber nur in unserm sub-

[1]) Marbe nennt sie die logische und die naturphilosophische. Dies scheint mir das Charakteristische der beiden Auffassungen wesentlich besser zu treffen.

jektiven Wissen und Nichtwissen liegen. Der Wahrscheinlichkeitsbruch bezieht sich nach der subjektiven Theorie auf einen einzelnen Fall, erst von da aus läßt sich der gefundene Wert auf Reihen von Fällen übertragen. Die Grundlage bildet eine Disjunktion, deren Glieder nach dem Prinzip des mangelnden Grundes gleichgesetzt werden.

Die andere, die sogenannte objektive Richtung, sucht die Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung in einem objektiven Gesetz, dem sich die wirklichen Dinge unterordnen. Dieses Gesetz ist das Gesetz der großen Zahlen, welches besagt, daß bei einer sehr großen Anzahl von Fällen eine gewisse Annäherung an eine Verteilung erreicht wird, die nach den Lehren der Permutations- und Kombinationslehre berechnet werden kann.

Für die Auffassung der objektiven Richtung kann es sich natürlich nicht um die Berechnung eines einzelnen Falles handeln, sondern nur um eine Verteilungsregel für sehr viele Fälle, ja streng genommen für unendlich viele Fälle. Gewisse Versuche, sie auf einzelne Fälle anzuwenden, haben auf eigenartige Aporien geführt, die diese Auffassung in einen gewissen Mißkredit gebracht haben.

II. Kapitel.

Die Vertreter der subjektiven Auffassung.

a) Die Theorie Stumpfs.

Der konsequenteste Vertreter der subjektiven Richtung ist C. Stumpf. Der Wahrscheinlichkeitsansatz beruht nach ihm auf dem disjunktiven Urteil, dessen Glieder auf gleiche Möglichkeit gebracht sind, wobei als Kriterium der mangelnde Grund heranzuziehen ist. Er sagt: „Gleich möglich sind Fälle, in Bezug, auf welche wir uns in gleicher Unwissenheit befinden. Und da die Unwissenheit nur dann ihrem Maße nach gleichgesetzt werden kann, wenn wir absolut Nichts darüber wissen, welcher von den unterscheidbaren Fällen eintreten

wird, so können wir noch bestimmter diese Erklärung dafür einsetzen."[1])

Die Wahrscheinlichkeit definiert er dann als das Verhältnis der günstigen zu den möglichen Fällen.

Obwohl Stumpf verlangt, daß alle über die bezüglichen Ereignisse uns gegebenen Kenntnisse berücksichtigt werden müssen — darunter auch diejenigen über die Entstehung der Ereignisse, so hält er doch jeden Wahrscheinlichkeitsansatz, der zu einer Disjunktion gelangt, deren Glieder uns infolge unserer gänzlichen Unwissenheit als gleichmöglich erscheinen, für berechtigt. Die mathematische Wahrscheinlichkeit ist eine Funktion der Urteilsmaterie und drückt das Maß unsrer vernünftigen Erwartung aus. Vernünftig bedeutet hier: gemessen durch logische Erwägungen, nicht beeinflußt durch Gewöhnung, Wünsche, Neigungen, überhaupt Affekte aller Art. So behauptet Stumpf: Wenn uns bekannt ist, daß in einer Urne sich schwarze und weiße Kugeln befinden, das Verhältnis ihrer Mischung uns aber unbekannt ist, so können wir trotzdem die Wahrscheinlichkeit, eine weiße Kugel zu ziehen, gleich $^1/_2$ setzen, wenn nur kein Grund vorliegt, das Herauskommen einer weißen Kugel eher anzunehmen, als das einer schwarzen.

Stumpf behauptet, daß jede Urteilsmaterie, wenn sie nach der oben bestimmten Weise vollkommen ausgesprochen werde, nur einen einzigen bestimmten Wahrscheinlichkeitsgrad habe, den nämlichen für jeden bestimmten Verstand.

Dagegen macht Sterzinger[2]) den Einwand: „Wenn ich im unklaren darüber bin, wieviel von den mir vorliegenden Disjunktionsgliedern, die mir die Grundlage für einen Wahrscheinlichkeitsansatz abgeben sollen, koordiniert und wieviel subordiniert sind, wenn ich aber weiß, daß einige subordiniert sind, nur nicht, wieviel, so komme ich zu mehreren Ansätzen oder gar keinen." Als Beispiel führt Sterzinger die Aufgabe

[1]) Über den Begriff der mathematischen Wahrscheinlichkeit, Sitzungsberichte der philosophisch-philologischen Klasse der königl. bayr. Akademie der Wissenschaften zu München. 1892. Heft I, S. 41.

[2]) Sterzinger, Zur Logik und Naturphilosophie der Wahrscheinlichkeitslehre. 1911. S. 64.

an, die Wahrscheinlichkeit für den Niedergang eines Meteors zu berechnen für ein bestimmtes Land. Dabei kenne ich die dafür in Betracht kommenden Länder nur dem Namen nach, ich weiß zwar, daß einige subordiniert sind, weiß aber nicht wieviel und welche, z. B. Böhmen, Österreich, Frankreich, Deutschland usw.

Diesen Einwand Sterzingers halte ich deshalb für hinfällig, weil es sich in diesem Beispiel nicht um eine Disjunktion handelt, wie sie Stumpf für den Wahrscheinlichkeitsansatz fordert, da die erste Bedingung, daß sich die Disjunktionsglieder einander ausschließen, nicht erfüllt ist.

Auch das zweite Gegenbeispiel Sterzingers halte ich nicht für sehr glücklich. Er schreibt[1]): „In einem Obstgarten befinden sich Birn- und Äpfelbäume in unbekanntem Verhältnis. Die Birnen sind in fünf, die Äpfel in drei verschiedenen Sorten vertreten. Wie wahrscheinlich ist es, daß ein bestimmter, herausgegriffener Baum ein Birnbaum ist? Ist $W = {}^1/_2$ oder ${}^5/_8$?“

Hier ist nach der Stumpfschen Auffassung doch nur ${}^5/_8$ möglich, denn der Wahrscheinlichkeitsansatz muß nach derjenigen Disjunktion erfolgen, die am weitesten spezialisiert. Wenn mir über die Sorten nichts näheres bekannt ist, so habe ich keinen Grund, die eine vor der anderen zu bevorzugen. Ich muß sie also als gleich möglich setzen. Die Wahrscheinlichkeit für einen Birnbaum enthält dann 5 günstige Fälle, diejenige für einen Apfelbaum nur drei.

Als dritten Einwand führt Sterzinger an, daß je nach dem Einteilungsgrund der Wahrscheinlichkeitsansatz verschieden ausfallen werde. Wenn man z. B. die Wahrscheinlichkeit für eine bestimmte Farbe feststellen wolle, so könne der Wahrscheinlichkeitsansatz sowohl nach der Anzahl der Farben, als auch nach der Länge der farbigen Teile, oder nach der Anzahl der Schwingungen, oder nach der Wellenlänge gemacht werden. Aber auch dieser Einwand scheint mir nicht stichhaltig. Soll eine Urteilsmaterie vollständig gegeben sein, so kann man auch fordern, daß der Einteilungsgrund mit gegeben ist. Es scheinen mir also diese Einwände Sterzingers gegen die Ein-

---

[1]) Ebenda S. 65.

deutigkeit des Wahrscheinlichkeitsansatzes, der sich auf dem mangelnden Grunde aufbaut, nichts Wesentliches auszusprechen.

Wie stellt sich nun die subjektive Auffassung Stumpfs dazu, wenn es sich um die Bestimmung einer Wahrscheinlichkeit handelt, die sich auf eine Wiederholung von Fällen bezieht?

Läßt sich hier das subjektive Prinzip, wie es oben bei der Wahrscheinlichkeitsbestimmung, eine weiße Kugel aus einer Urne mit unbkanntem Mischungsverhältnis zu ziehen, verwandt wurde, festhalten? (Vgl. S. 14/15.)

Stumpf meint, es könne hier folgender Einwand gemacht werden[1]): „Wenn wir wissen, daß in einer Urne weiße und schwarze Kugen in gleicher Anzahl vorhanden sind, so entspricht es nicht bloß der Rechnung, sondern auch dem gesunden Menschenverstand, daß bei sehr vielen Ziehungen (mit Wiederhineinlegn und Schütteln) ungefähr dasselbe Verhältnis sich herausstellt. Wenn wir aber nur wissen, daß überhaupt weiße und schwarze Kugeln darin sind, so entspricht es dem gesunden Menschenverstand keineswegs, bei sehr vielen Ziehungen mit fast völliger Sicherheit eine Verteilung 1:1 zu erwarten." Dies scheint doch zu einem gewissen Widerspruch zu führen.

Stumpf gibt dafür folgende Lösung.[2]) „Denken wir uns im zweiten Fall soviele Urnen als Ziehungen stattfinden sollen, z. B. 20 000, und jedesmal werde aus einer anderen gezogen. Wir mögen wissen, daß in jeder Urne weiße oder schwarze oder eine Mischung aus beiden Sorten sich befinde, aber nicht den geringsten Anhaltspunkt haben, irgend eine Absicht oder sonstige konstante Ursache zu vermuten, welche eine gewisse Gleichmäßigkeit in der Füllung der Urnen hätte bedingen können. Hier wird es auch dem gesunden Menschenverstand nicht zuwiderlaufen, als Endergebnis der Ziehungen mit großer Wahrscheinlichkeit eine annähernd gleiche Verteilung von weißen und schwarzen zu erwarten.... So aber oder in äquivalenter Weise müssen wir die Frage stellen, wenn die wahrscheinlichste Verteilung bei Unkenntnis des Mischungs-

[1]) Sitzungsberichte S. 87.
[2]) Ebenda S. 88/89.

verhältnisses berechnet werden soll. Bei jeder Wahrscheinlichkeitsbestimmung müssen diejenigen Umstände, über welche wir uns disjunktiv in völliger Unwissenheit befinden, als unbeschränkt variabel vorausgesetzt werden dürfen ... denn bei der geringsten Vermutung über Konstanz eines solchen Umstandes hätten wir nicht mehr gleichmögliche Fälle im Sinne gleicher d. h. absoluter Unwissenheit."

Ich halte diese Lösung für nicht sehr überzeugend. Sterzinger[1]) hat recht, wenn er darauf hinweist, daß die 20 000 Urnen uns hier nichts helfen können, da Stumpf bei der ersten Bestimmung nur eine Urne angenommen hat. Damit sei das Problem überhaupt verschoben. Wenn wir aber mit Stumpf die 20 000 Urnen einmal annehmen wollen und uns deren Mischungsverhältnis unbegrenzt variabel denken, so kann ein gleiches Ergebnis von weiß und schwarz nur dann angenommen werden, wenn ein Ausgleich in den Mischungen vorausgesetzt wird.

Inwieweit läßt sich nun die empirische Wahrscheinlichkeit mit der subjektiven Theorie vereinigen?

Stumpf meint, daß wir auf Grund der empirischen Wahrscheinlichkeit oft zu anderen Resultaten kommen, als wir auf Grund einer logischen Disjunktion annehmen konnten, so z. B. beim Verhältnis der Knaben- und Mädchengeburten.

Daraus wird man dann schließen, die Chancen sind eben andere als wir vorausgesagt hatten, die Wirklichkeit belehrt uns eines besseren. Damit würde aber zugleich behauptet, die Chancen sind etwas objektiv gegebenes, und sind nicht nur in unseren Kenntnissen, die von unserm Wissen und Nichtwissen abhängen, begründet.

Stumpf sucht nun aber nachzuweisen, daß die empirische Wahrscheinlichkeit ebenso auf unserm Wissen und Nichtwissen beruht, wie die apriorische. Es handle sich hier um die Bildung und Wahrscheinlichkeitsbewertung von Hypothesen. Wir setzen zunächst auf Grund unsrer Kenntnisse und Unkenntnis gewisse reale Verhältnisse an, nach denen eine bestimmte Wahrscheinlichkeit zu erwarten ist. Trifft die er-

[1]) Zur Logik und Naturphilosophie der Wahrscheinlichkeitslehre. S. 58.

wartete Wahrscheinlichkeit nicht ein, so setzen wir dementsprechend ein anderes Wahrscheinlichkeitsverhältnis. Dies, meint Stumpf, bedeute nicht eine Korrektur von etwas Falschem, sondern eine Veränderung unsrer Kenntnisse, dementsprechend liege eine Veränderung der Wahrscheinlichkeit vor. Dies ist aber kein objektives Verhältnis realer Bedingungen selbst, meint Stumpf, sondern wir wissen nichts anderes, als daß durchschnittlich die Bedingungen für oder gegen das Eintreffen eines Ereignisses in einem gewissen Verhältnis vorhanden sind. Dies Verhältnis ist aber dasselbe Verhältnis von günstigen zu gleichmöglichen Fällen, wie bei der apriorischen Wahrscheinlichkeit, z. B. bei Knabengeburten das Verhältnis 106/206.

So meint Stumpf[1]) „Auch die aposteriorische Wahrscheinlichkeit also involviert ein Nichtwissen, und sogar in doppelter Beziehung, wir wissen nichts über die 206 möglichen Fälle im Vergleich miteinander, und wir wissen auch nichts über die wirkliche Beschaffenheit dieser Fälle, die wir nur ganz abstrakt oder aber mit Hilfe eines Gleichnisses definieren können. Die letztere Unwissenheit ist das charakteristische Merkmal der aposteriorischen Wahrscheinlichkeit, die erstere ist ihr mit der apriorischen gemein."

Der Unterschied zwischen apriorischer und aposteriorischer Wahrscheinlichkeit liegt nach Stumpf darin, daß wir bei der apriorischen die disjunktiven Fälle in sich selbst kennen, während wir sie bei der aposteriorischen nicht kennen und nur ihre Anzahl, sowie die der günstigen Fälle aus äußeren Anhaltspunkten erschließen. „Dennoch fährt Stumpf[2]) fort, „muß selbstverständlich die empirische Wahrscheinlichkeit, wo immer eine solche vorliegt, an die Stelle der apriorischen treten, da sich unsere Kenntnisse doch vermehrt haben."

So gibt Stumpf also zu, daß sich durch die aposteriorische Wahrscheinlichkeit unsere Kenntnisse vermehren. Worin besteht aber die Vermehrung? Doch darin, daß ich jetzt ein besseres Verteilungsverhältnis kenne, als es die Disjunktion durch das Prinzip des mangelnden Grundes verschaffen konnte.

[1]) Ebenda S. 107/8.

[2]) Ebenda S. 109.

Und läßt sich daraus auch kein ursächlicher Zusammenhang erkennen, wie z. B. bei Knaben- und Mädchengeburten, so scheint mir doch etwas über die wirkliche Beschaffenheit gesagt zu sein, nämlich daß dies Verteilungsverhältnis in der Natur der Dinge liegt. Sonst kann ich nicht von der Vermehrung meiner Kenntnisse reden. Wie komme ich überhaupt dazu, auf Grund der wirklichen Häufigkeitserscheinungen eine Hypothese zu setzen, wenn ich nicht annehmen kann, daß die wirklichen Dinge nach einer solchen Regel sich verhalten?

Eine Zurückführung auf gleichmögliche Fälle halte ich für durchaus unnötig.[1]) Inwiefern sind überhaupt die 206 Geburten gleichmöglich? Es ist gerade der Vorzug der empirischen Wahrscheinlichkeit, nicht auf gleichmögliche Fälle angewiesen zu sein.

Was die Anwendung der Wahrscheinlichkeitsrechnung betrifft, so sieht Stumpf den Schluß auf den einzelnen Fall als berechtigt an. Er meint, es sei kein Unterschied, ob ich die Wahrscheinlichkeitsbestimmung auf einen einzelnen Fall oder auf eine Reihe von Fällen beziehe. Die Abneigung gegen die Anwendung auf Einzelfälle sei nur durch gewisse Mißverständnisse hervorgerufen. Ein solches liege z. B. da vor, wo man im Lotteriespiel deshalb auf eine Nummer warte, weil sie lange nicht daran gewesen sei. Auch sei noch zu bedenken, daß es sich bei den Berechnungen oft um Abstraktionen handle, aus denen der Einzelfall in seiner Besonderheit nicht abgeleitet werden könne.

Dennoch vermag ich Stumpf in dieser Ansicht nicht beizustimmen. Den Wahrscheinlichkeitsbruch als Maß unsrer vernünftigen Erwartung auf einen einzelnen Fall zu beziehen, halte ich für eine leere Spielerei.

So möchte ich denn behaupten, daß wir aus den Ausführungen Stumpfs folgendes schließen können: Die rein subjektive Theorie ist wohl logisch einwandfrei durchzuführen, so lange wir von einer gegebenen Disjunktion eine rein subjektive Wahrscheinlichkeit für einen zu erwartenden Fall berechnen wollen. Eine praktische Bedeutung für die Erkenntnis haben aber diese Feststellungen nicht.

[1]) Vgl. darüber auch Timerding, Analyse des Zufalls. S. 64.

Soll sich aber die Wahrscheinlichkeitsrechnung auf die relative Häufigkeit vieler Fälle beziehen, oder soll aus der relativen Häufigkeit empirisch ein Wahrscheinlichkeitsansatz gewonnen werden, so versagt die rein subjektive Auffassung, wir müssen hier annehmen können, daß gewisse objektive Bedingungen vorliegen, damit wir überhaupt solche Schlüsse vornehmen können.

b) Sigwarts Auffassung.

Sigwart versucht vor allem zu zeigen, wie sich das Verfahren der Wahrscheinlichkeitsrechnung nach den Lehren der Kombinatorik aus einer Verbindung verschiedener disjunktiver Urteile entwickeln läßt.

Das disjunktive Urteil ist nach Sigwart das Ergebnis eines deduktiven Verfahrens bei der Entwicklung einer bestimmenden Frage, bei dem die eigentliche Deduktion ihr Ende hat, „das Denken kann nur die verschiedenen Möglichkeiten übersehen, ungewiß, welche derselben gilt."[1])

Eine Fortsetzung des deduktiven Verfahrens ist aber möglich, wenn uns verschiedene disjunktive Urteile gegeben sind, die wir nach den Regeln der Kombinatorik verbinden können, um so zu einer neuen Disjunktion zu gelangen.

Dies ist das Verfahren der Wahrscheinlichkeitsrechnung, die deshalb nichts anderes ist, meint Sigwart, „als ein mathematisch formuliertes Kapitel aus der Logik."[2])

Um aber aus einem disjunktiven Urteil zu einer Schätzung der Wahrscheinlichkeit der einzelnen Möglichkeiten aus der Zahl der Disjunktionsglieder zu einem bestimmten Maß von Sicherheit zu gelangen, müssen zunächst die Glieder eine endliche Anzahl von Möglichkeiten vorstellen und „insofern gleichwertig sein, als sie für unsre Kenntnis gleiche Spezialisierungen eines Allgemeinen oder gleiche Teile seines (des disjunktiven Urteils) Gesamtumfanges darstellen."[3])

Diese Gleichwertigkeit tritt uns nach Sigwart am anschaulichsten entgegen, wo es sich um räumliche oder zeitliche Teile

[1]) Sigwart, Logik 4. Auflage II. Teil S. 319.
[2]) Ebenda S. 322.
[3]) Ebenda S. 318.

eines Gebietes handelt, „doch auch dort", fährt Sigwart fort, „wo diese einleuchtende Gleichheit nicht vorhanden ist, genügt die Einsicht, daß wir keinen Grund haben, den Umfang der einen Möglichkeit für größer zu halten als den der andern, um hypothetisch unsrer Erwartung die Gleichwertigkeit zu Grunde zu legen."[1])

Die Wahrscheinlichkeitsrechnung mißt nach Sigwart nichts anderes „als den Grad der Erwartung, zu dem ich auf Grund eines disjunktiven Urteils berechtigt bin, das die Zahl der sich ausschließenden, für den Stand meiner Kenntnisse vorhandenen gleichwertigen Möglichkeiten angibt, dessen Gliederzahl sich aber sofort ändern kann, sobald meine Kenntnis eine genauere wird."[2])

Sobald aber die Frage bezüglich der relativen Häufigkeit auftaucht, gibt Sigwart zu, daß der rein subjektive Charakter nicht mehr streng aufrecht zu erhalten ist. Er meint, daß ein weiteres Wissen, was nicht im disjunktiven Urteil enthalten sei, hinzutritt. Wir wissen z. B. aus der Erfahrung, daß im Würfelspiel bei einer längeren Reihe von Würfen annähernd gleich häufig die einzelnen Würfe eintreten „daß also die realen Ursachen, welche den einzelnen Wurf herbeiführen, in der Weise abwechseln, daß sie die verschiedenen Möglichkeiten verwirklichen, ohne den einen Wurf vor den andern in bestimmter Weise zu bevorzugen. Wir haben nicht bloß keinen Grund anzunehmen, daß die Möglichkeiten ungleich seien, sondern wir haben Grund anzunehmen, daß sie objektiv wenigstens annähernd gleich seien, da wir aber nicht im stande sind, den Grad dieser Annäherung zu bestimmen, so wird doch hypothetisch die vollkommene Gleichheit vorausgesetzt, wie es der Fall wäre, wenn wir nur von dem einfachen disjunktiven Urteil ausgingen, daß jeder Wurf entweder 1 oder 2... oder 6 ergeben muß."[3])

Hi rmit gesteht Sigwart, der Berechnung der Wahrscheinlichkeit eine objektive Basis zu, daß sie durch ein eigentümliches Verhalten der Dinge gerechtfertigt ist.

[1]) Ebenda S. 323.
[2]) Ebenda S. 328.
[3]) Ebenda S. 328.

Allein sein Augenmerk ist darauf gerichtet, die Wahrscheinlichkeit vor allem logisch zu klären, deshalb meint er, daß wir in diesen Fällen befugt sind, Voraussetzungen über eine gleichmäßige Variabilität der Ursachen zu machen und anzunehmen, daß bei zahlreichen Wiederholungen eine entsprechende Verwirklichung eintritt — dennoch aber ist das Recht, die Methoden der Wahrscheinlichkeitsrechnung anzuwenden, nach Sigwart nicht auf diese Fälle beschränkt, sondern „es gilt überall, wo eine Disjunktion mit gleichwertigen Gliedern feststeht, und wir keinen Grund haben, das eine eher für wirklich zu halten als die anderen."[1])

„Jene Voraussetzungen", fährt Sigwart fort, „geben, wenn sie richtig sind, den Ansätzen der Wahrscheinlichkeiten eine bestimmte Bedeutung, sofern sie sich auf eine wenigstens annähernde Kenntnis der Ursachen stützen, welche die einzelnen Disjunktionsglieder herbeizuführen geeignet sind; einen prinzipiellen Unterschied begründen sie nicht. Jeder strenge Wahrscheinlichkeitsbruch kann nur das Maß subjektiver Erwartung angeben, das wir nach dem Maße unsrer Kenntnisse hegen dürfen, er ruht immer auf Voraussetzungen, die wir nicht in ihrer vollen Strenge verifizieren können; und eben darum kann er der Wirklichkeit keine Vorschriften geben, wie sie sich verhalten müsse."[2])

Sigwart erkennt also hier ganz richtig, daß wir für diese Betrachtungen, sobald sie sich auf relative Häufigkeiten beziehen, ohne die Annahme einer gewissen objektiven Regelmäßigkeit nicht auskommen, er verkennt nur vollkommen, daß hier für die Auffassung doch ein prinzipieller Unterschied vorliegt, es ist doch etwas anderes, ob ich aus einer rein logischen Disjunktion, die sich auf rein subjektive Kenntnisse gründet, eine Wahrscheinlichkeit ableite, oder aus einem ganz bestimmten Verhalten der Dinge. Im letzteren Fall setze ich doch eine objektive Gesetzmäßigkeit voraus.

Der empirischen Wahrscheinlichkeit, die ja auf Grund der relativen Häufigkeit gefunden wird, mißt Sigwart zunächst auch nur subjektiven Charakter zu, er nennt sie im Gegensatz

[1]) Ebenda S. 329/30.
[2]) Ebenda S. 330.

zu dem obengeschilderten deduktiven Verfahren, ein reduktives, es ist ein Zurückgehen von einer empirischen Division auf eine logische. Er bemerkt aber auch hier wieder, daß insoweit, „als nebenher bestimmte Gesetze bekannt sind — etwa über den regelmäßigen Wechsel der Bedingungen, welche die verschiedenen Fälle erzeugen, — dieser rein subjektive Charakter eingeschränkt wird."[1])

Dies ist nun, wie er in einem späteren Kapitel ausführt, dort der Fall, wo statistische Methoden und Wahrscheinlichkeitsrechnung als Hilfsmittel der Induktion dienen.

Hier, meint Sigwart, müssen wir eine notwendige Hypothese machen, um aus statistischen Ergebnissen Schlüsse für Kausalzusammenhänge zu ziehen. Diese Hypothese besteht darin, daß wir die Erscheinungen, die sich uns in statistischen Regelmäßigkeiten offenbaren, teils auf konstante, teils auf variable Ursachen zurückführen, von denen sich letztere infolge ihrer Unregelmäßigkeit ausgleichen, so daß sie sich entweder ganz aufheben oder zu einem Mittelwert führen, der als konstante Bedingung angesehen werden kann.

Als Beispiel führt Sigwart hier das Münzwerfen an. Er meint, bei einer bestimmten Anfangslage hänge es lediglich von der Anzahl der Drehungen ab, ob Schrift oder Kopf falle. „Lassen wir diese variieren von der Stärke, die nur eine Drehung erzeugt, bis zur Stärke, die zehn Drehungen erzeugt, so wird, wenn alle diese Werte durchlaufen sind, ebenso oft Kopf als Schrift gefallen sein."[2]) Nun meint Sigwart, an diesem Resultat würde nichts geändert, wenn alle diese schwächeren und stärkeren Würfe in beliebigem Wechsel einträten, wenn nur nicht eine bestimmte Stärke überwiege, und jedesmal auf dieselbe Seite trifft. „Gerade dies letztere Zusammentreffen aber", fährt er fort, „hat keinen Grund, und da wir wissen, daß gleich leicht die eine wie die andere Seite obenauf kommt, und die Stärke der Würfe unabhängig davon wechselt, so ist mit Sicherheit zu erwarten, daß allmählich alle Kombinationen in gleicher Anzahl sich realisieren werden. Für

[1]) Ebenda S. 336.
[2]) Ebenda S. 708.

jede bestimmte Zahl von Würfen wird, eben wegen des regellosen Wechsels, eine einzelne Kombination einen kleinen Vorsprung haben; allein je größer die Zahl, desto weniger affiziert dieser Vorsprung den Durchschnitt, und dieser wird sich also der aus den Bedingungen zu erschließenden Gleichheit der Zahlen beider Fälle um so mehr nähern, je größer die Zahl der Würfe ist."[1])

Sigwart fährt nun fort: „Diese Deduktionen unterscheiden sich von denen der reinen Wahrscheinlichkeitsrechnung dadurch, daß sie ganz bestimmte Voraussetzungen machen; sie operieren nicht bloß mit disjunktiven Urteilen, bei denen wir keinen Grund kennen, warum das eine Glied eher stattfinden soll als das andre, sondern mit disjunktiven Urteilen, bei denen wir annehmen dürfen, daß kein solcher Grund stattfindet, und daß die bestehenden Ursachen, sobald sie alle Werte durchlaufen und alle Kombinationen verwirklichen, den nach den Regeln der Wahrscheinlichkeitsrechnung berechneten Erfolg haben müssen."[2])

Wir sehen also, wie hier Sigwart die rein subjektive Auffassung verläßt und behauptet, daß wir hier eine notwendige Hypothese über das objektive Geschehen der Wirklichkeit machen müssen. Diese Hypothese besteht in der Annahme, daß die Ursachen alle möglichen Werte durchlaufen, wenn kein Grund vorliegt, einen bestimmten Wert zu bevorzugen. Die Erwartung hängt hier nicht mehr von unserm Wissen und Nichtwissen ab, sondern Sigwart behauptet sogar, es sei mit „Sicherheit" zu erwarten, daß sich alle Kombinationen in gleicher Anzahl realisieren werden. Woher aber nehmen wir diese Sicherheit? Ist sie wirklich dadurch erwiesen, weil wir wissen, daß kein Grund für eine Bevorzugung vorliegt? Könnte nicht, wenn es sich um Zufall handelt, eine grundlose Bevorzugung stattfinden?

Auf diese Fragen geht Sigwart nicht ein. Er setzt — ähnlich wie Laplace — den Ausgleich der sogenannten variablen Bedingungen als das natürliche an, und sucht für diese Erscheinung keine weitere Erklärung zu geben.

[1]) Ebenda S. 709.
[2]) Ebenda S. 709/10.

Sigwart ist also vom rein theoretischen Standpunkt aus ein Vertreter der subjektiven Auffassung der Wahrscheinlichkeitsrechnung, gibt aber zu, daß in denjenigen Fällen, wo Berechnungen aus statistischen Ergebnissen stattfinden, die sich auf relative Häufigkeiten beziehen, doch objektive Bedingungen — eine Art Ausgleichsgesetz — als eine notwendige Hypothese angenommen werden müssen, um daraus Schlüsse für die Erfahrungserkenntnis zu ziehen. Die Sigwartsche Begründung der Wahrscheinlichkeitsrechnung scheint mir demnach nicht eindeutig festgelegt.

III. Kapitel.

Zwischenstellungen.

a) Die Spielraumstheorie von v. Kries.

Eine eigenartige Zwischenstellung zwischen der subjektiven und objektivenAuffassung nimmt von Kries ein. Er geht davon aus, daß sich die Wahrscheinlichkeit auf zwei verschiedene Prinzipien in unserm Erkennen stützt. Das erste Prinzip, das der Gleichartigkeit, tritt dort in Tätigkeit, wo wir gemäß den Gesetzen des Geschehens Analogie- und Induktionsschlüsse vollziehen. Die Wahrscheinlichkeit ist hier in der besonderen Art unsres Schlußverfahrens begründet, es liegt ein logisches Verhältnis vor, „welches darin besteht, daß aus der Geltung eines oder mehrerer Sätze sich für die Geltung von anderen eine gewisse Wahrscheinlichkeit ergibt."[1])

In anderen Fällen aber, wo infolge mangelnder Kenntnis des kausalen Zusammenhangs keine gesetzmäßige Verknüpfung möglich ist, tritt ein Entscheiden nach Größenverhältnissen ein. Das Prinzip, das hier vorliegt, nennt v. Kries das „Prinzip der Spielräume".

Wir finden es dort, „wo unsre Kenntnis irgend eines realen Verhaltens eine ungenaue ist, unser Wissen in dieser Hinsicht die Forn eines unbestimmten Satzes hat."[2]) Die Unge-

[1]) v. Kries, Logik S. 400.
[2]) Ebenda S. 412.

nauigkeit läßt hier einen gewissen Spielraum des Verhaltens offen. Dieser kann entweder begrenzt sein, wie in dem Satz: Der Körper K befindet sich zur Zeit t im Raume R, oder unbegrenzt, wie in dem Satz: Dieser Apfel ist sauer. Im ersten Satz lassen wir es unbestimmt, an welcher Stelle des Raumes R der Körper K sich zur Zeit t befindet; im zweiten Satz läßt der ziemlich unbestimmte Begriff von „sauer" eine große Anzahl von Nuancen zu.

Aus diesen Spielraumsverhältnissen, meint v. Kries, ergeben sich eigenartige Beziehungen logischer Geltung für den Fall, daß das unbestimmte Urteil nur für ein Element des Satzes gelten kann, alle übrigen Elemente aber ausgeschlossen sind. So kann z. B. in unserm ersten Satz der Körper K zur Zeit t nur an einer bestimmten Stelle des Raumes sein.

Wir können uns in solchen Fällen den ganzen Spielraum in kleinere Einzelspielräume zerlegt denken, und so das Urteil in eine Reihe einzelner Urteile auflösen, von denen ein jedes einen solch kleineren Spielraum umfaßt. Diese Urteile stehen dann im Verhältnis einer exclusiven Disjunktion zu einander.

Sind z. B. in dem Urteil: Der Körper K befindet sich zur Zeit t im Raume R — die Teile, in die der ganze Raum zerlegt wird, $= r_1, r_2, r_3 \ldots r_n$, so würden die Einzelurteile lauten: Der Körper K befindet sich zur Zeit t in r_1; der Körper K befindet sich zur Zeit t in r_2; usw.

Gilt nun das ganze Urteil als sicher, so kommt jedem Teilurteil eine gewisse Wahrscheinlichkeit zu, und diese wird, — wenn nicht andere Gründe in betracht kommen —proportional der Größe der betreffenden Spielräume sein.

v. Kries macht dies in den „Prinzipien der Wahrscheinlichkeitsrechnung"[1]) an Beispielen klar. Er meint z. B.: Wenn wir den Niedergang eines Meteors auf einen bestimmten Teil der Erdoberfläche voraussagen wollen, so werden wir die Wahrscheinlichkeit, gerade eine ganz bestimmte Fläche zu treffen, dem Flächeninhalt proportional setzen; oder wenn wir das spezifische Gewicht einer Substanz bestimmen wollen,

---

[1]) Die Prinzipien der Wahrscheinlichkeitsrechnung. Eine logische Untersuchung. Freiburg 1886. (Fernerhin zitiert als „Prinzipien".)

von dem wir weiter nichts wissen, als daß es zwischen zwei bestimmten Grenzen liegt, z. B. zwischen 6 und 7, so werden wir wiederum die Wahrscheinlichkeit, es liege zwischen 6,3 und 6,4 oder zwischen 6,7 und 6,8 gleichsetzen, eben weil wir als Anhaltspunkt ein Größenverhältnis nehmen.

Die Wahrscheinlichkeit, die sich auf diese Weise ergibt und deren Höhe lediglich von Größenverhältnissen abhängt, meint v. Kries, ist also eine wesentlich andere, als diejenige, die auf dem Prinzip der Gleichartigkeit beruht, sie fußt, wie man sieht, auf einem wesentlich anderen logischen Prinzip. Das Charakteristische dabei ist, daß wir nur gewisse allgemeine Bedingungen kennen, welche für uns verschiedene Möglichkeiten enthalten, die von einander unabhängig sind und deren Einzelbedingungen für uns durchaus unübersehbar oder nicht erkennbar sind. Unsre Erwartungen können wir dann nicht nach den uns geläufigen Gesetzen des Geschehens regeln, sondern wir nehmen gewisse Größenverhältnisse als Anhaltspunkte und bemessen nach ihnen die Wahrscheinlichkeit unsrer Erwartungen.

Aber gerade in dem Umstande, daß wir es hier mit Größenverhältnissen und nicht mit Ähnlichkeiten wie beim Gleichartigkeitsprinzip zu tun haben, besteht hier die Möglichkeit, die Wahrscheinlichkeit auf ein numerisches Maß zu bringen.

Für die Wahrscheinlichkeit des Gleichartigkeitsprinzips hingegen ist nach v. Kries von vornherein jede zahlenmäßige Bestimmung ausgeschlossen.

Obwohl nun das Prinzip der Spielräume viel allgemeiner ist, als man zunächst annehmen möchte, so liegt doch seine Bedeutung vor allem darin, daß es uns erstens eine Grundlage für eine zahlenmäßige Vergleichung der Geltungswerte gewisser Urteile bietet, uns also die Bedingung zur Aufstellung „gleichmöglicher Fälle" an die Hand gibt, welche nach v. Kries unumgänglich notwendig für eine jede zahlenmäßige Wahrscheinlichkeitsbestimmung ist. Zweitens bietet es nach v. Kries eine befriedigende Lösung „des Gesetzes der großen Zahlen".

Für die Aufstellung gleichmöglicher Fälle fordert v. Kries einen „objektiven, zwingenden Grund, im Gegensatz zum „mangelnden Grund" der subjektiven Richtung. Er sieht in

einem solchen zuviel Willkür und Unbestimmtheit und erkennt deshalb den mangelnden Grund nicht als genügend zur Aufstellung gleichmöglicher Fälle an, sondern fordert einen positiven Anhaltspunkt zur zahlenmäßigen Aufstellung. Dieser ist dort zu finden, wo wir einen Spielraum des Verhaltens annehmen können, der objektiv gegeben und einer mathematischen Einteilung fähig ist, also einen Raum- oder Zahlbegriff darstellt, daher meßbar ist und sich in Teile zerlegen läßt.

Aber auch diese Bedingungen sind nach v. Kries noch nicht völlig hinreichend. Die Forderung für eine berechtigte numerische Aufstellung lautet: „Annahmen stehen in einem zahlenmäßig angebbaren Wahrscheinlichkeitsverhältnis, wenn sie indifferente, ursprüngliche und ihrer Größe nach vergleichbare Spielräume umfassen."[1])

Unter Indifferenz versteht v. Kries eine freie Erwartungsbildung, d. h. es darf kein logischer Grund vorhanden sein, irgend einen Wert innerhalb des Spielraums für wahrscheinlicher zu halten als einen anderen. Die Erwartungsbildung soll frei von Gründen sein, lediglich durch Größenverhältnisse bestimmt werden.

Ursprünglich sind die Spielräume, wenn sie sich nicht mehr auf andere reduzieren lassen, d. h. wenn wir bei einer Prüfung auf ihr Entstandensein nicht auf andre Größenverhältnisse stoßen.

Die Vergleichbarkeit ist eine engere Bestimmung der Meßbarkeit. Es gibt Fälle, wo wir wohl von einer Meßbarkeit der Dinge untereinander reden, aber die Maße untereinander nicht vergleichbar sind, da die Meßbarkeit auf verschiedene Weise vollzogen werden kann (z. B. spez. Gewicht und spez. Volumen bei verschiedenen Stoffen). Dann existiert für die Teile eines solchen Spielraums keine eindeutig und zwingend bestimmbare Größenvergleichbarkeit.

So ist es vor allem charakteristisch, daß die zahlenmäßige Darstellbarkeit als eine nur einer ganz bestimmten Art von Fällen zukommende Eigentümlichkeit angesehen wird.

---

[1]) Prinzipien S. 36.

Bei den Zufallsspielen sind diese Voraussetzungen am weitgehendsten erfüllt, denn für sie ist charakteristisch, daß eine Vornahme eine bestimmte Anzahl sich ausschließender beobachtbarer Erfolge hervorrufen kann, ferner genügen schon sehr geringfügige Änderungen, um eine Änderung des Erfolges zu bewirken und schließlich bestehen für diese Erfolge und damit auch für die herbeiführenden Bedingungen bestimmte mathematische Beziehungen, z. B. gleiche Breite beim Roulette. Dadurch können hier in besonders klarer Weise die Spielraumsgrößen für unsre Erwartungen maßgebend sein und die Zufallsspiele zur Verdeutlichung komplizierterer Fälle herangezogen werden.

Ein weiterer Wert des Spielraumsprinzips liegt nach v. Kries darin, daß dadurch das „Gesetz der großen Zahlen" eine befriedigende Lösung seiner Widersprüche erfährt. Dieses Gesetz faßt v. Kries folgendermaßen: „Wenn in einem einzelnen Fall einer bestimmten Art ein bestimmter Verlauf mit der Wahrscheinlichkeit $^1/_n$ zu erwarten ist, alsdann ist immer mit der größten Sicherheit anzunehmen, daß bei einer sehr großen Anzahl derartiger Fälle annähernd der nte Teil aller den betreffenden Verlauf aufweisen werde."[1])

Daß man diese Erscheinung mit dem Namen eines Gesetzes bezeichnet hat, meint v. Kries, hat zu großen Mißverständnissen geführt, denn gerade im Sinne eines Gesetzes, d. h. einer notwendigen Verknüpfung der Elemente, führt sie zu unlösbaren Widersprüchen.

Es ist nun zunächst leicht einzusehen, meint v. Kries, daß hier rein mathematische Verhältnisse ins Spiel treten, daß wir es hier mit einem der Permutationslehre angehörigen Satz zu tun haben.

Wenn wir z. B. bemerken, daß im Roulettespiel bei 1000 Würfen annähernd 500 mal Rot und 500 mal Schwarz fällt oder gefallen ist, so läßt sich leicht nachweisen, daß diese Kombination eine ganz ungemein reichhaltigere ist, als jede andre. Schon bei 100 Würfen ist die Kombination 50 Rot und 50 Schwarz bereits das 5800 Billionenfache der Kombination

[1]) Prinzipien S. 89.

90 Rot und 10 Schwarz. Bei 1000 Würfen ist das Verhältnis noch entsprechend höher. Nimmt man dann noch die dieser Kombination nahe stehenden hinzu, in denen das Verhältnis von Schwarz und Rot ein annähernd gleiches ist, so verschwindet die Zahl der übrig bleibenden Kombinationen im Verhältnis zu diesen fast zu einem Nichts.

Diese Kenntnis der mathematischen Beziehungen läßt uns ein annähernd gleich häufiges Eintreten von Schwarz und Rot mit außerordentlich großer Wahrscheinlichkeit erwarten, versuchen wir aber hieraus ein Gesetz zu konstruieren, so wird uns das nicht gelingen. Selbst wenn wir die Wirklichkeit viel genauer beherrschten als wir es tun, so würden wir doch nie ein Gesetz entdecken können, das dem Erscheinen von Schwarz und Rot eine bestimmte Grenze setzte. Nach den Gesetzen des Geschehens können wir also hier unsre Erwartungen nicht bestimmen.

Aber wir dürfen nicht annehmen, daß alles, was wir uns nicht aus den Gesetzen des Geschehens erklären können, diesen Gesetzen widersprechen muß, also nicht verwirklicht werden könne, oder alles, was nicht verwirklicht ist, mit diesen Gesetzen unverträglich sei. Wir vermögen das gesamte Wirklichkeitsverhalten keineswegs aus den allgemeinen Gesetzen des Geschehens abzuleiten. v. Kries führt hierzu als Beispiel an: „Wir würden es ungereimt finden, wenn jemand die Bemerkung machte, es fände sich am Himmelsgewölbe nirgends eine größere Anzahl heller Sterne in demselben größten Kreis und in gleichen Winkelabständen von einander, eine solche Anordnung sei aus irgend einem Grunde unmöglich, und es müsse untersucht werden, wodurch sie verhindert sei.“[1]) Wir werden uns eben damit begnügen, daß diese Anordnung nicht realisiert sei, und dieselbe Antwort, meint v. Kries, müssen wir uns geben auf die Frage, warum im Roulette nur die Würfe gefallen seien, in denen Rot und Schwarz ungefähr gleich oft auftreten. Die andern Kombinationen sind eben nicht verwirklicht worden, obgleich sie an sich möglich waren.

Die verwirklichten Kombinationen mußten wir aber mit der

---

[1]) Logik S. 419.

größten Wahrscheinlichkeit erwarten, weil diese einen so ungeheuer großen Spielraum einnahmen. So bedarf es für die Gleichartigkeit der annähernd gleichvielen Rot- und Schwarzwürfe keine besondere Erklärung aus den Gesetzen des Geschehens, da ihre große Wahrscheinlichkeit aus den Spielraumsverhältnissen hervorgeht. Die Kenntnis dieser mathematischen Beziehung ist aber nötig, um daraus die Größe des Spielraums zu ersehen. So ist das Gesetz der großen Zahlen kein Gesetz des Geschehens, sondern lediglich ein mathematisches Gesetz, das — wenn wir es kennen — unsre Erwartungen nach dem Prinzip der Spielräume regelt.

Unter diesem Gesichtspunkt sind auch die sozialen Massenerscheinungen zu betrachten. Auch hier finden wir oft eine überraschend genaue Regelmäßigkeit vor, die sich keineswegs durch die Gesetze des Geschehens erklären läßt. „Nicht nur die Zahl der Geburten und Todesfälle, sondern auch die Zahl bestimmter Delikte, wie etwa der Eigentums- und Sittlichkeitsverbrechen, der Prozentsatz der wegen ungenügender Adressen nicht bestellten Briefe und unzählige andre Erscheinungen weisen solche Regelmäßigkeit auf."[1]) Wir sprechen dann von Massengesetzen, die sich aber in keiner Weise auf die uns geläufige ursächliche Verknüpfung zurückführen lassen. Wir könnten wohl jeden einzelnen Fall, wenn wir unser Wissen darüber so vervollkommnen könnten aus seinen Einzelbedingungen, aber nicht die Regelmäßigkeit selbst daraus ableiten. Die Konstanz der Gesamtzahlen läßt sich also auch hier nicht durch irgend ein Wirklichkeitsgesetz beweisen, das eine Abhängigkeit der einzelnen Glieder ausdrückte, trotzdem aber haben sich unsre Erwartungen in bezug auf Massenerscheinungen als durchaus zutreffend erwiesen.

So kann auch hier nur durch das Prinzip der Spielräume eine befriedigende Lösung geschaffen werden. Obwohl nun die sozialen Massenerscheinungen nicht genau analog den Zufallsspielen gesetzt werden können, da hier die allgemeinen Bedingungen nicht in dem Maße bestimmt ausgedrückt noch

---

[1]) Logik S. 420.

als in derselben Weise als konstant angenommen werden können, auch die Bedingungen des Einzelfalls hier nicht so unbekannt und unerkennbar sind, so weisen sie doch insofern eine gewisse Ähnlichkeit mit den Zufallsspielen auf, als wir doch gewisse allgemeine Bedingungen annehmen können, wie z. B. die gesundheitlichen Verhältnisse eines Ortes bei Mortalitätsberechnungen.

Wenn wir uns dann klar machen, daß die Erwartungen, wie wir sie bei Massenerscheinungen haben, z. T. auf dem Prinzip der Gleichartigkeit, z. T. aber auch auf dem Prinzip der Spielräume beruhen, so können wir einsehen, daß sie vollkommen berechtigt sind und nicht in Widerspruch zu den Gesetzen des Geschehens stehen, wenn sie sich auch nicht durch sie erklären lassen. So ist es auch verständlich, daß wir auf Massenerscheinungen die Verfahrungsweisen der Anologie und Induktionsschlüsse anzuwenden berechtigt sind und darin keinen Widerspruch gegen die Gesetze des Geschehens zu erblicken haben.

Wie wir sehen, ist also ein Ineinandergreifen beider Prinzipien der Wahrscheinlichkeiten sehr wohl möglich und findet sogar sehr häufig statt. Von einer strengen numerischen Feststellung kann dann nicht mehr die Rede sein, da schon die Wahrscheinlichkeit des Gleichartigkeitsprinzips für eine Berechnung nicht in betracht kommen kann. Ferner aber bedarf es ja auch bei Anwendung des Spielraumsprinzips noch besonderer Voraussetzungen, um sinnvoll von einer numerisch bestimmten Wahrscheinlichkeit reden zu können. Hierdurch ist leicht einzusehen, daß es ein Irrtum war, wenn man angenommen hatte „daß eine Bezifferung aller Wahrscheinlichkeiten sich als Endresultat einer vollständigen logischen Durcharbeitung unsres Wissens ergeben müsse, daß es lediglich ein Mangel an kombinierender und deduzierender Überlegung sei, wenn dies Resultat nicht erreicht werde."[1])

So zeigt uns v. Kries, daß eine Berechnung der Wahrscheinlichkeit nur dort stattfinden kann, wo unsre Erkenntnis lediglich auf dem Prinzip der Spielräume beruht, und wo diese

[1]) Prinzipien S. 159.

Spielräume gewissen Forderungen genügen. Das Anwendungsgebiet der Wahrscheinlichkeitsrechnung wird somit auf einen ganz bestimmten Kreis von Erscheinungen beschränkt.

Wie verhält sich nun das Spielraumsprinzip zur Gesetzmäßigkeit des Geschehens?

Eine Ähnlichkeit zwischen beiden Prinzipien besteht nach v. Kries darin, „daß sie beide definitive, keiner weiteren Begründung oder Erklärung fähige Prinzipien sind, welchen gemäß wir Erwartungen dieses oder jenes realen Verhaltens bilden."[1])

Das Prinzip der Spielräume ist unempirisch wie das Kausalgesetz, es kann durch Erfahrung weder bewiesen noch widerlegt werden. Eine Nichtbestätigung des Prinzips kann vielleicht zu dem Ergebnis führen, daß die Annahmen über die Spielraumsverhältnisse nicht richtig waren, sollte es sich hier aber herausstellen, daß dieselben doch über allem Zweifel erhaben waren, so könnten wir nur von einem „merkwürdigen Zufall sprechen", aber keine Widerlegung des Prinzips darin erblicken. Andrerseits ist aber das Prinzip der Spielräume ein durchaus subjektives Prinzip, während das Prinzip der Gesetzmäßigkeit ein objektives ist.

Mit welchem Recht können wir aber ein solches subjektives Prinzip auf die Wirklichkeit anwenden? Gibt es eine Erklärung dafür, daß die Wirklichkeit in der Tat diesem Prinzip annähernd entspricht?

Darauf antwortet v. Kries: Eine Erklärung liegt in der durch dieses Prinzip ausgedrückten Erwartungsregel nicht, sondern kann nur in den objektiven Tatbeständen selbst gefunden werden. Wenn wir nämlich einzusehen vermögen, daß eine gewisse regelmäßige Erscheinung „zwar nicht an die Gesamtheit aller besonderen Gestaltungen, welche eine allgemeine Bezeichnung umfaßt, wohl aber an den überwiegend größten Teil derselben mit Notwendigkeit geknüpft ist,"[2]) so wird dies eine Befriedigung unsres intellektuellen Bedürfnisses, eine „Erklärung" darstellen. v. Kries meint, es gäbe

[1]) Prinzipien S. 160.
[2]) Prinzipien S. 167.

eben noch andre Erklärungen als diejenigen, welche ausschließlich auf gesetzmäßiger Notwendigkeit basieren. Stellen wir in diesem Falle aber die Forderung einer gesetzmäßigen Notwendigkeit, so ist dieForderung als solche falsch, denn für jene Regelmäßigkeiten einen gesetzmäßigen Zusammenhang zu geben, ist unmöglich. Es ist unzulässig, zu verlangen, daß die von der Wahrscheinlichkeitsrechnung gelieferten sehr sicheren Erwartungen sich wirklich bestätigen. „Auf die Frage, wie es komme, daß tatsächlich im Roulette überall sehr annähernd gleich oft Rot und Schwarz gefallen sei, gibt es, abgesehen von dem Hinweis auf die überwiegende Größe der dies Resultat herbeiführenden Spielräume, nur noch die Antwort, daß die Wirklichkeit eben so beschaffen war."[1])

Einen weiteren wesentlichen Unterschied zwischen dem Prinzip der Spielräume und dem der Gesetzmäßigkeit sieht v. Kries darin, „daß das erstere nicht in gleichem Sinne wie dieses ein notwendiges und unentbehrliches Element jedes Erfahrungswissens ist,"[2]) denn es sei wenigstens denkbar, daß wir eine so genaue Kenntnis der Wirklichkeit besäßen, daß wir das Spielraumsprinzip nicht anzuwenden brauchten.

Tatsächlich ist aber unser Wirklichkeitserkennen so beschaffen, daß uns weder die dazu erforderliche Zahl von Ermittlungen noch die geforderte Genauigkeit eine erreichbare ist, so daß wir gezwungen sind, das Spielraumsprinzip anzuwenden. Das Spielraumsprinzip setzt also erst dort ein, wo gewisse Verhaltungsweisen der Dinge einer direkten Beobachtung nicht zugänglich sind, also eine eigentliche gesetzmäßige Folge nicht erkennbar ist. Wir können hier nur „die Wahrscheinlichkeit irgend welcher Folgen beurteilen nach den Spielräumen derjenigen Bedingungen, die sie hervorzubringen geeignet sind."[3])

v. Kries nimmt also eine Zwischenstellung zwischen subjektiver und objektiver Auffassung ein. Das Prinzip der Spielräume ist ein durchaus subjektives Prinzip, welches sich, was kausale Verknüpfung anlangt, auf ein gänzliches Nicht-

[1]) Ebenda S. 168.
[2]) Ebenda S. 171.
[3]) Logik S. 427.

wissen stützt. Hingegen fordert v. Kries, daß die Anhaltspunkte, deren es sich bedient, objektiv gegebene Größenverhältnisse sein müssen, soll der sich darauf gründende Wahrscheinlichkeitsansatz sinnvoll sein.

Es ist deshalb nicht richtig, wenn man der v. Kries'schen Theorie einen Widerspruch in sich nachzuweisen sucht, weil sie, obwohl sie einen objektiv zwingenden Grund fordere, doch den mangelnden Grund der subjektiven Theorie wieder unterschiebe. v. Kries erkennt den mangelnden Grund als notwendig an, soweit er sich auf kausale Verknüpfung bezieht, nur nicht als hinreichend, um daraufhin Berechnungen der Wahrscheinlichkeit anzustellen. Dafür sei ein positives Kriterium zu fordern, nämlich eine Größengleichheit. Die Größenverhältnisse sind aber nur Anhaltspunkte für unsre Erwartungsbildung, das wirkliche Geschehen ist lediglich durch kausale Verknüpfung der einzelnen Erscheinungen bedingt.

So mißversteht Reichenbach[1]) z. B. den Sinn des Spielraumsprinzips, wenn er glaubt, daß die Wahrscheinlichkeitsurteile, wie sie v. Kries auffaßt, eine bestimmte eigentümliche Struktur der Wirklichkeit behaupten.

Es liegt, so weit ich sehe, gerade das Unbefriedigende der v. Kries'schen Theorie darin, daß er nicht zu zeigen vermag, warum sich doch die Wirklichkeit so verhält, daß wir unsre Erwartungen nach den Spielraumsprinzipien regeln können. Mit welchem Recht kann das durchaus subjektive Prinzip des Spielraums auf die Wirklichkeit Anwendung finden?

Das Problem des Gesetzes der großen Zahlen liegt doch gerade darin, daß wir das, was wir auf diese subjektiven Bestimmungen hin mit der größten Wahrscheinlichkeit erwarten, auch wirklich in den meisten Fällen eintritt. Dies wird aber durch die v. Kries'schen Ausführungen keineswegs gelöst.

b) Meinong. Die Wahrscheinlichkeit vom gegenstandstheoretischen Standpunkt aus.

Meinong geht in seinem Werke: „Möglichkeit und Wahrscheinlichkeit" davon aus, daß sich in der Wahrscheinlich-

[1]) Reichenbach: Der Begriff der Wahrscheinlichkeit für die math. Darstellung der Wirklichkeit. Zeitschrift für Philosophie und philos. Kritik. Bd. 162, S. 216

keitstheorie eine subjektive und eine objektive Auffassung gegenüberstehen[1]). Er erwägt die Gründe, die für oder gegen eine jede dieser beiden Ansichten sprechen und kommt zu dem Ergebnis, daß beide Auffassungen insofern berechtigt sind, als man von einer doppelten Seite des Wahrscheinlichkeitsgedankens reden kann, denn es gibt Wahrscheinlichkeitstatsachen, die von der Seite der berechtigten Vermutungen aus ihre wesentliche Charakteristik finden, andrerseits Wahrscheinlichkeiten, bei denen niemand an Vermutungen denkt. „Augenscheinlich", meint Meinong, „sind es also zwei ziemlich verschiedenartige Gedanken, ein mehr subjektiv und ein mehr objektiv gefärbter, die in dem Worte „Wahrscheinlichkeit" ihren Ausdruck finden. — Man lasse daher jede Wahrscheinlichkeit in ihrer Eigenart und suche nicht einen Begriff zu bilden, der farblos genug ist, um beide Gedanken zu umspannen".[2])

So unterscheidet Meinong zwei Arten von Wahrscheinlichkeit. Erstens die vermutungsfreie Wahrscheinlichkeit oder Möglichkeit, und zweitens, diejenige, deren Charakteristik von den Vermutungen genommen ist. Die Vermutungswahrscheinlichkeit ist die Wahrscheinlichkeit im engeren Sinne, sie bildet zusammen mit der Möglichkeit die Wahrscheinlichkeit im weiteren Sinn. Allerdings meint Meinong, läßt sich kein scharfer Begriff der Wahrscheinlichkeit im weiteren Sinne durch Abstraktion aus den beiden engeren Begriffen gewinnen, trotzdem (meint Meinong) sei eine Beziehung der Wahrscheinlichkeit im engeren Sinn und der Möglichkeit ohne weiteres „auf den ersten Blick klar".

Die Verwechslung von Möglichkeit und Wahrscheinlichkeit hat, wie Meinong behauptet, die Wahrscheinlichkeitslehre vor unlösbare Schwierigkeiten gestellt. Meinong sucht nun in seinen Ausführungen eine scharfe Charakteristik dieser beiden Arten von Wahrscheinlichkeiten: der Möglichkeit einerseits und der Vermutungswahrscheinlichkeit andrerseits zu geben.

---

[1]) Er bezeichnet Stumpf als den Vertreter der subjektiven Auffassung und v. Kries als den Vertreter der objektiven, was — wie auch Marbe richtig betont — für v. Kries nicht zutreffend ist.

[2]) Meinong: Möglichkeit und Wahrscheinlichkeit. S. 21.

Das Wesen der Möglichkeit liegt nach Meinong vor allem in ihrem objektiven Charakter, sowie in ihrer Steigerungsfähigkeit, wenngleich auch nicht alle Möglichkeit als steigerungsfähig anzusehen ist. Ihrem objektiven Charakter gemäß sieht Meinong die Möglichkeit als herabgesetzte Tatsächlichkeit an, während die Tatsächlichkeit selbst als das Möglichkeitsmaximum aufzufassen ist. Die untere Grenze der Möglichkeit bildet die Untatsächlichkeit. So kann man sich die Möglichkeit als in einer Linie verlaufend denken, deren Endpunkte die Untatsächlichkeit und die Tatsächlichkeit sind, man kann sich dadurch zugleich ihren steigerungsfähigen Charakter veranschaulichen.

Als Träger der Möglichkeit können nach Meinong nur unvollständig bestimmte Gegenstände in Betracht kommen, das sind solche Gegenstände, an denen noch nicht alle Merkmale eindeutig festgelegt sind. So kann der unvollständig bestimmte Gegenstand Dreieck z. B. möglicherweise rechtwinklig, spitzwinklig oder stumpfwinklig sein. Andrerseits aber können wir nach Meinong vollständig bestimmte Gegenstände als Repräsentanten unbestimmter Gegenstände auffassen, z. B. diesen bestimmten Würfel „als solchen". Dann vermag auch auf diesen die dem unbestimmten Gegenstand zukommende Möglichkeit übertragen zu werden.

Es ist also, wie Meinong behauptet, bei der Möglichkeit zwischen Träger und Repräsentanten zu unterscheiden, als Träger können nur unvollständige Gegenstände in betracht kommen, als Repräsentanten auch vollständige. Der vollvollständige ist hier allerdings „restriktiv" zu betrachten, d. h. nur unter dem Gesichtspunkt eines gewissen Gattungsbegriffs.

Die Möglichkeit kann auf verschiedene Weisen erkannt werden. Dort, wo eine zahlenmäßig bestimmbare Möglichkeit vorliegt, ist diese nach Meinong vom Kollektivbegriff abzuleiten. Es liegt hier der Schluß von einem bestimmten Gliede eines Kollektivs auf irgend ein Kollektivglied mittels des Partizipationsprinzips vor. Diese Behauptung macht Meinong an folgendem Beispiel klar: Eine Anzahl Kugeln in einer Urne bilden ein Kollektiv. „Eine" von diesen Kugeln

sei tatsächlich rot, daraus ergibt sich, daß „irgend eine" von diesen Kugeln möglicherweise rot ist. Aus der Tatsächlichkeit der einen Kugel entspringt also die Möglichkeit für alle Kugeln, rot zu sein. Scharf ist hier nach Meinong das „ein" von dem „irgend ein" zu unterscheiden. „Das Rotsein jener einen Kugel ist eine Tatsache, die damit, daß noch andre Kugeln in der Urne sind, offenbar gar nichts zu tun hat. Dagegen hängt die „irgendeiner" oder auch jeder von den Kugeln zukommende Möglichkeit, rot zu sein, durchaus an dem Umstande, daß die Kugeln einem bestimmten Kollektiv angehören, sie haben diese Möglichkeit geradezu als Glieder dieses Kollektivs."[1])

Es ist eine Art Übergreifen der Tatsächlichkeit des einen Gliedes auf die übrigen. Meinong nennt dies das Partizipationsprinzip. Alle Glieder partizipieren hinsichtlich ihres Soseins an der Modalität jenes einen Gliedes.

Es handelt sich also darum, „daß in einem Kollektiv K ein beliebiges Kollektivglied K_i an dem tatsächlichen Sosein eines Gliedes K_e insofern partizipiert, als K_i als solches (nicht etwa nur subjektiv, sondern objektiv als Glied des Kollektivs K, restriktiv betrachtet) soseinsmöglich ist."[2])

Der Grad der Möglichkeit hängt hier lediglich von der Anzahl der Kollektivglieder ab, insofern sind sie alle gleichmöglich. Je mehr Glieder, desto geringer die Möglichkeit für ein Glied. „Es ist", meint Meinong, „als ob die von dem einen Gliede gleichsam ausstrahlende Tatsächlichkeit sich auf sämtliche Glieder verteilte, so daß die Summierung dieser Teile die volle Tatsächlichkeit gleichsam wieder ergeben müßte."[3])

Ein solches Kollektiv, das verschiedene Gegenstände, wie im obigen Beispiel die Kugeln, enthält, nennt Meinong ein Grundkollektiv. Die Bestimmungen der Möglichkeiten selbst, z. B. rot, blau, grün etc. nennt Meinong Obliqua, da sie dem Kollektiv nur indirekt oder oblique zukommen.

Stimmen nun zwei oder mehrere dieser Obliqua überein, ist

---

[1]) Ebenda S. 309.
[2]) Ebenda S. 718.
[3]) Ebenda S. 311/12.

z. B. das Obliquum „rot" doppelt vorhanden, so bilden diese beiden „roten Obliqua" ein Günstigkeitskollektiv. Die Tatsächlichkeit „rot" verteilt sich jetzt gleichsam von zwei Punkten aus auf die Glieder des Grundkollektivs und es resultiert dann daraus eine doppelt so große Möglichkeit für irgend ein Glied, rot zu sein. Das Verhältnis des Günstigkeitskollektivs g zum Möglichkeitskollektiv m bildet dann den Wahrscheinlichkeitsquotient g/m. Die so bezeichneten Grundkollektive teilt Meinong in drei verschiedene Arten ein: Kollokationskollektive, Bestandskollektive und Induktionskollektive.

Die Kollokationskollektive sind nur ein bloßes Zusammensein verschiedener Gegenstände, wie z. B. unser Kugelkollektiv in der Urne.

Die Bestandskollektive unterscheiden sich von ihnen dadurch, daß ihre Glieder keine Existenz, sondern nur Bestand haben. Bei der Aufstellung der einzelnen Glieder muß hier vor allem darauf geachtet werden, daß bis zu den sogenannten Grenzmöglichkeiten vorgedrungen wird, das sind solche Möglichkeiten, denen nicht noch eine Mehrheit von Möglichkeiten subordiniert werden kann. Ist dies nicht möglich, so gelangt man nur bis zu den sogenannten Binnenmöglichkeiten, die gewissermaßen vor den Grenzmöglichkeiten liegen. Darauf muß aber besonders geachtet werden und diese dürfen nicht mit den Grenzmöglichkeiten verwechselt werden.

Ein Beispiel mag dies verdeutlichen. Es seien 5 Punkte gegeben, ein roter, 2 gelbe und 2 blaue. Wie groß ist die Möglichkeit, eine Linie durch einen blauen Punkt zu ziehen? Die Binnenmöglichkeiten sind hier rot, blau, gelb, die Grenzmöglichkeiten rot, blau, blau, gelb, gelb. Die Größenbestimmung muß, wenn es möglich ist, auf die Grenzmöglichkeiten zurückgeführt werden, daraus läßt sich dann eine Bestimmung der Binnenmöglichkeit ableiten. So ergibt sich hier für die Binnenmöglichkeit „blau" $= {}^2/_5$. Der Zähler ist hier $= 2$.

Ist es nicht möglich, bis zu den Grenzmöglichkeiten vorzudringen — wie dies z. B. bei allen geometrischen Wahrscheinlichkeiten der Fall ist, wo die Grenzmöglichkeiten streng genommen alle ∞ sein würden, — so müssen die Binnenmöglich-

keiten nach gewissen anderen Gesichtspunkten bestimmt werden, z. B. räumlichen Verhältnissen, sie dürfen aber nicht als Grenzmöglichkeiten angesehen werden.

Als dritte Art von Grundkollektiven bezeichnet Meinong das Induktionskollektiv. Das Wesentliche hierbei ist, daß das Kollektiv selbst überschritten wird. „Die sämtlichen vorliegenden Instanzen werden zu einem Kollektiv vereinigt, innerhalb dessen die Bestimmung der Möglichkeit noch ohne alle Induktion vorgenommen werden kann. Ein weiterer Fall, oder deren mehrere oder gar alle werden dann so behandelt, als ob sie in jenes Kollektiv bereits einbegriffen worden wären. Dieses „so Behandeln" ist das Wesen alles Induzierens, und das Neue der da vorliegenden Erkenntnissituation kommt sogleich darin zur Geltung, daß, während innerhalb des geschlossenen Kollektivs die Möglichkeitsbestimmung mit der absoluten Gewißheit apriorischen Erkennens vorgenommen werden konnten, die Ergebnisse des „Hinausgehens" prinzipiell nur Vermutungscharakter aufweisen, wobei der Vermutungsgrad im allgemeinen ein um so höherer sein wird, je größer die in das als Erkenntnisgrundlage dienende Kollektiv aufgenommene Instanzenmenge ist."[1])

Die Eigenart des Induktionskollektivs besteht darin, daß das K_e einem im Induktionskollektiv enthaltenen weniger mächtigen Kollektiv angehört, das aber das K_i nicht enthält, K_i steht also außerhalb der Partizipation an der Tatsächlichkeit des K_e.[2])

Als Beispiel führt hier Meinong an: Eine Statistik besagt, daß von den bisher Ausgewanderten eines Landes 50 % zu Wohlstand gelangt sind. Schließt man nun daraus, daß für einen, der eben im Begriffe steht, auszuwandern, diese Möglichkeit $= {}^1/_2$ sei, so hat man es hier mit einem Induktionskollektiv zu tun.

Diesen Grundkollektiven stellt Meinong die sogenannten Vertatsächlichungskollektive gegenüber. Diese gelten

---

[1]) Ebenda S. 344.

[2]) vgl. oben S. 39.

von Objektiven.[1]) Diese Unterscheidung bildet aber ein Thema der reinen Gegenstandstheorie, deshalb will ich hier nicht näher darauf eingehen. Das Prinzip, worauf es uns hier eigentlich ankommt, ist bei dieser Art von Kollektiven dasselbe.

Die Wahrscheinlichkeit im engeren Sinn ist nach Meinong Vermutungswahrscheinlichkeit. Sie kommt ebenso den unvollständig bestimmten Gegenständen zu, wie die Möglichkeit „aber sie ist nicht so unsubjektiv wie diese, sofern Vermutung eben etwas Subjektives ist."[2])

Die Wahrscheinlichkeit besteht nach Meinong in der Eigenschaft gewisser Objektive, durch berechtigte Vermutungen erfaßt werden zu können.

Was sind nun berechtigte Vermutungen? Um dies zu erklären, geht Meinong von den Gewißheitsurteilen aus. Diese haben nach Meinong eine äußere und eine innere Berechtigung. Erstere liegt da vor, wo die Tatsächlichkeit ihrer Objektive gegeben ist, letztere da, wo sie in sich evident sind.

Wo Gewißheitsurteile fehlen, treten Vermutungsurteile ein. Auch sie haben analog eine äußere und eine innere Berechtigung. Ihre äußere Berechtigung liegt in dem Erfassen eines Kollektivs, in welchem ein oder mehrere Objektive tatsächlich sind. Der Vertatsächlichungsgrad richtet sich wieder, wie oben angegeben, nach dem Verhältnis der vertatsächlichten Objektive zu sämtlichen Gliedern des Kollektivs. Paßt der Vertatsächlichungsgrad zur Vermutungsstärke, dann ist die Vermutung berechtigt. Ebenso gibt es für die Vermutungen eine innere Berechtigung, wenn sie evident sind.

Für die zahlenmäßig bestimmbare Wahrscheinlichkeit kommen die äußerlich berechtigten Vermutungen in betracht. Der Grad der Wahrscheinlichkeit richtet sich zunächst nach der Vermutungsstärke, paßt diese aber zur Möglichkeit, dann

---

[1]) Über die genauere Bedeutung des Begriffs „Objektiv" vgl. Meinong, Annahmen 2. Aufl., Kap. III.

Im allgemeinen kann man wohl sagen, daß darunter ein „Sachverhalt" im logischen Sinn zu verstehen ist, im Gegensatz zu Objekt, welches „Ding" bedeutet.

[2]) Über Möglichkeit und Wahrscheinlichkeit S. 409.

muß die Wahrscheinlichkeit auch zur Möglichkeit passen. Ist das der Fall, dann ist dadurch die Grundlage für eine berechenbare Wahrscheinlichkeit gegeben. Die Maßzahl für die Möglichkeit ist dann zugleich als Maßzahl für die Wahrscheinlichkeit anzusehen. Trotzdem sind Möglichkeit und Wahrscheinlichkeit als Modalfunktionen streng zu scheiden, denn es ist ein Unterschied, ob man bloß das Verhältnis der Möglichkeiten aufstellt oder ob man das sich Verwirklichen mit einem bestimmten Grad vermutet.

Die berechenbare Wahrscheinlichkeit, mit der sich die Wahrscheinlichkeitsrechnung beschäftigt, und die sozusagen durch die Möglichkeit und damit durch den Kollektivbegriff und das Partizipationsprinzip vermittelt wird, nennt Meinong Kollektivwahrscheinlichkeit.

Meinong zeigt nun, wie sich die Sätze der Wahrscheinlichkeitsrechnung, der Additionsatz[1]), der Multiplikationssatz[2]), das Bayes'sche Prinzip[3]) und das Bernoullische Theorem[4]) auf Kollektivbetrachtungen zurückführen lassen.

---

[1]) Der Additionssatz oder die Wahrscheinlichkeit des „Entweder—oder" bezieht sich darauf, daß die Wahrscheinlichkeit dafür berechnet werden soll, daß entweder der eine oder der andre Fall eintritt, z. B. die Wahrscheinlichkeit, mit einem Würfel 3 oder 6 zu werfen, ist $= {}^1/_6 + {}^1/_6 = {}^2/_6 = {}^1/_3$.

[2]) Der Multiplikationssatz oder die Wahrscheinlichkeit des „sowohl als auch" bezieht sich darauf, daß die Wahrscheinlichkeit für das gleichzeitige Eintreffen zweier Fälle berechnet werden soll, z. B. die Wahrscheinlichkeit mit zwei Würfeln 2 Sechsen zu werfen $= {}^1/_6 \cdot {}^1/_6 = {}^1/_{36}$.

[3]) Das Bayessche Prinzip faßt Meinong folgendermaßen: Unter Voraussetzung einer bestimmten Sachlage besteht die Möglichkeit, resp. Wahrscheinlichkeit W_1' für ein Objektiv β_1; W_2' für ein Objektiv $\beta_2 \ldots Wn'$ für ein Objektiv β_n. Diese Objektive β implizieren alle ein Objektiv γ mit den entsprechenden Wahrscheinlichkeiten $W_1'', W_2'' \ldots W_n''$. Die Wahrscheinlichkeit für γ ergibt sich dann nach der bekannten Formel $W\gamma = W_1' W_1'' + W_2' W_2'' + \ldots W_n' W_n''$. Ist nun aber γ tatsächlich eingetroffen, so lassen sich aus dieser Tatsache neue, sozusagen bessere Wahrscheinlichkeiten für die β Objektive berechnen. Wie erhalten dann für

$$\beta_i = \frac{W_i' \; W_i''}{W_1' \; W_1'' + W_2' \; W_2'' \ldots W_n' \; W_n''} = \frac{W_i' \; W_i''}{W\gamma}$$

[4]) Das Bernoullische Theorem kann wohl als bekannt vorausgesetzt werden.

Das Bernoullische Theorem nennt Meinong die komplizierteste Kollektivbetrachtung, die wohl ohne gewisse mathematische Operationen nicht ohne weiteres einzusehen ist.

Die Anwendung des Bernoullischen Theorems ist das Gesetz der großen Zahlen. Hier bieten sich, wie Meinong meint, einer theoretischen Klärung große Schwierigkeiten.

Mit der Subjektivität der Unwissenheitstheorie läßt sich hier wenig erreichen, meint Meinong, günstiger dafür sei die Unsubjektivität der Möglichkeit, denn Möglichkeiten seien ebenso objektiv wie Tatsachen und das Gesetz der großen Zahlen handle von Tatsachen.

„Aber", fährt Meinong fort, „etwas anderes bleibt es immerhin auch noch, Tatsachen aus Tatsachen und etwas anderes, Tatsachen aus Möglichkeiten abzuleiten und auf die hierin liegende Besonderheit der Sachlage gehen wohl in erster Linie die Schwierigkeiten zurück, die sich dem Gesetz der großen Zahlen hinsichtlich seiner Ableitung, Interpretation, ja selbst Anerkennung in den Weg gestellt haben."[1])

Das Gesetz der großen Zahlen ist kein apriorisches Gesetz. Trotzdem könnte man sich, wie Meinong meint, mit der Ableitung aus dem Bernoullischen Theorem zufrieden geben, wie man es analog mit manchem anderen induktiv gewonnenen Gesetz tut; das ist aber nicht der Fall, und Meinong meint daher, es müsse noch ein Mehr enthalten, worüber das Bernoullische Theorem nichts auszusagen vermag. Worin liegt nun dieses Mehr? Zur Beantwortung dieser Frage stellt Meinong folgende Überlegung an: Möglichkeit und Wahrscheinlichkeit gehen zunächst auf unbestimmte Gegenstände; auf bestimmte Gegenstände hingegen sind sie nur unter restriktiver Betrachtung anzuwenden.

Das Bernoullische Theorem bezieht sich auf Möglichkeiten, also auf unbestimmte Gegenstände, das Gesetz der großen Zahlen, auf Wirklichkeit, also auf bestimmte Gegenstände. Soll nun das Gesetz der großen Zahlen eine Anwendung des Bernoullischen Theorems sein, so müssen sich die durch die restriktive Betrachtung vernachlässigten Bestimmungen

[1]) Über Möglichkeit und Wahrscheinlichkeit S. 589.

gegenseitig kompensieren, so daß sie die Gültigkeit des Bernoullischen Satzes nicht stören können, „daß sich vielmehr an den vollständigen Gegenständen alles so zuträgt, wie es für die unvollständigen von Bernoulli berechnet worden ist."[1])

Die Rechnung aber vermag nichts darüber zu sagen, ob eine solche Kompensation eintritt, sondern dies kann für den einzelnen Fall nur die Erfahrung oder besser die Induktion ergeben.

Schließlich behandelt Meinong noch die Induktionswahrscheinlichkeit und stellt hier die Frage, wie weit sich diese durch die Sätze der Wahrscheinlichkeitsrechnung begründen, beziehentlich berechnen läßt. Meinong kommt aber zu dem Ergebnis, daß eine Berechnung insofern nicht möglich ist, da die Geltung dieser Sätze — namentlich des Bayes'schen Theorems und des Bernoullischen Satzes — für die Erfahrungswelt selbst erst auf induktivem Wege gewonnen wird.

Eine rechnerische Bewertung der Induktionswahrscheinlichkeit läßt sich auch nicht in befriedigender Weise durchführen. Einer Berechnung, wie sie Mally durch eine von ihm aufgestellte Formel ausführt, steht Meinong selbst skeptisch gegenüber, da die Voraussetzungen dafür von der sogenannten Implikatentheorie abhängen, die selbst noch einer tieferen Begründung bedarf.

Der zweite Weg, den uns Meinong zeigt, ist davon unabhängig. Hier geht Meinong davon aus, daß es Beobachtungen gibt, bei denen das Auftreten eines A einmal mit X, ein andermal mit Y und ein drittes Mal mit Z zusammen erfolgt ist. X, Y, Z schließen einander aus. Läßt sich daraufhin für ein neues A hinsichtlich des Wiederauftretens des X (Y, Z) eine numerische Bestimmung treffen? Angenommen, X Y Z bilden eine vollständige Disjunktion, so wäre sicher, daß eines von den drei Gliedern eintreten müsse, also jedes von den drei Gliedern eine Möglichkeit besitze, deren Größe von ihrem tatsächlichen Zusammensein mit A abhinge. Die Größen der Möglichkeiten würden sich also verhalten, wie die Anzahlen der Instanzen. Wir können also die gegebenen Instanzen als

---

[1]) Ebenda S. 595.

ein Kollektiv betrachten, das zunächst ein tatsächliches Kollokationskollektiv darstellt.

Wollen wir daraus etwas für die Wahrscheinlichkeit des neuen A erschließen, so sehen wir sofort, daß es sich um das oben dargestellte Induktionskollektiv handelt. Es ist hierbei zu beachten, daß die durch Induktion gefundene Disjunktion niemals mit Gewißheit als vollständige betrachtet werden kann, daß also wie beim Induktionskollektiv der gewonnene Wahrscheinlichkeitsbruch g/m zu groß ist. Für dieses Zugroßsein läßt sich keine numerische Bestimmung angeben, immerhin aber nimmt dieses Zugroßsein ab, je mehr Instanzen bekannt sind. So läßt sich, meint Meinong, nur von einer numerisch auswertbaren Komponente reden. Eine weitere Beschränkung der Sicherheit der numerischen Auswertung bildet der Umstand, daß es sich hier wie bei aller Induktion nur um Ähnlichkeit handelt und daß der Grad der Ähnlichkeit auch modifizierend auf das Resultat eingreift. —

Durch das umfangreiche Werk Meinongs erfährt unser Problem auch von gegenstandstheoretischer Seite eine interessante Beleuchtung.

Da es nun in keiner Weise meine Absicht sein kann, an dieser Stelle zur gegenstandstheoretischen Betrachtung selbst Stellung zu nehmen — ich gestehe, daß dazu ein viel tieferes Eindringen in diese Methode nötig ist — so möchte ich hier nur zunächst einige Bedenken hervorheben, die mir von nichtgegenstandstheoretischem Standpunkt gekommen sind.

Zunächst vermag ich Meinong darin nicht zuzustimmen, die Möglichkeit als eine „herabgesetzte" oder „verminderte" Tatsächlichkeit anzusehen. Tatsächlichkeit besteht oder sie besteht nicht, sie als einen Begriff zu fassen, dem eine Vermehrung oder Verminderung zukommt, scheint mir nicht angängig. Zwischen Möglichkeit und Tatsächlichkeit besteht meiner Meinung nach ein so fundamentaler Unterschied, daß ich es nicht für richtig halte, sie als in einer Linie verlaufend zu denken.

Überhaupt vermag ich dem Möglichkeitsbegriff keine Steigerungsfähigkeit zuzulegen, ein Sachverhalt ist entweder möglich oder unmöglich, eine „hohe" Möglichkeit oder „gleiche"

Möglichkeit oder „geringe“ Möglichkeit halte ich für einen laxen Sprachgebrauch, hier wird Möglichkeit mit Wahrscheinlichkeit verwechselt. So enthält der Würfelwurf wohl sechs Möglichkeiten für das Obenaufliegen einer Zahl, wäge ich nun aber unter diesen Möglichkeiten ab, in welchem Verhältnis sie zu ihrer etwaigen Verwirklichung stehen, so gehe ich damit zum Wahrscheinlichkeitsbegriff über.

Die Wahrscheinlichkeit wird aber immer nur Vermutungscharakter haben. Wenn also Meinong den wesentlichen Unterschied zwischen subjektiver und objektiver Wahrscheinlichkeit darin sieht, daß die subjektive Wahrscheinlichkeit Vermutungscharakter trägt, die objektive Wahrscheinlichkeit oder Möglichkeit aber vermutungsfrei ist, so vermag ich ihm darin nicht beizustimmen. Was Meinong als Möglichkeit bezeichnet, ist nur die bestimmte Anzahl von gegebenen Möglichkeiten auf die sich die Wahrscheinlichkeitsrechnung stützt.

So liegt denn auch — wie ich glaube — in dem sogenannten Partizipationsprinzip eine gewisse Schwierigkeit. Wenn in einer Urne n Kugeln enthalten sind, und eine davon tatsächlich rot ist, so besagt das doch für die anderen Kugeln gar nichts. Diese können dann ebensowohl rot, als auch schwarz, grün, blau etc. sein. Daß sie „möglicherweise“ rot sein können weiß ich auch, solange mir nichts gegenteiliges bekannt ist — ohne daß ich von einer Kugel weiß, daß sie rot ist.

Wenn ich von einer Kugel weiß, daß sie rot ist, so kann ich höchstens daraus schließen, daß, wenn ich jetzt in die Urne greife und eine Kugel herausziehe, dann die Wahrscheinlichkeit $^1/_n$ besteht, daß es diese rote Kugel ist. Dies ist aber keineswegs das, was das Partizipationsprinzip aussagen will.

Ich kann also den Satz nicht unterschreiben, in welchem es heißt: „Was einem Gliede eines Kollektivs tatsächlich zukommt, kommt einem beliebigen Gliede, daher allen Gliedern des Kollektivs als solchen (nämlich als Gliedern desjenigen Kollektivs, das ein Glied mit der fraglichen Eigenschaft in sich schließt) möglicherweise zu.“[1])

Die Gleichmöglichkeit wird nach Meinong „in zwingendster

[1]) Über Möglichkeit und Wahrscheinlichkeit. S. 309.

Weise" mit Hilfe äußerster Restriktion durch den Kollektivbegriff festgestellt. Dagegen aber läßt sich einwenden: wenn man so lange restringiert, bis alle Glieder gleich sind, dann ist es schließlich keine Kunst, eine Gleichmöglichkeit zu konstatieren — ich vermag nicht recht einzusehen, was dadurch eigentlich gewonnen werden soll und wie hierdurch „die Konstatierung der Gleichmöglichkeit in viel strengerer Weise gerechtfertigt ist, als der Appell an eine direkte Vergleichung irgend einmal leisten könnte."[1])

Was überhaupt die Restriktion anbetrifft, so scheint sie mir doch zu recht eigenartigen Ergebnissen zu führen, wenn man dadurch dahin gelangen kann, zu behaupten, daß eine gelbe Kugel möglicherweise rot sein kann und daß auf einem Sessel möglicherweise Klavier gespielt wird.[2])

Man sieht aus diesen Beispielen, daß die Restriktion doch gewissen Beschränkungen unterliegen muß und daß ein vollständiger Gegenstand nur dann als Repräsentant für eine Möglichkeit angesehen werden kann, wenn seine Eigenschaften dieser Möglichkeit nicht direkt widersprechen, wie es in diesen beiden Beispielen der Fall ist.

Was nun das Verhältnis der Wahrscheinlichkeitsrechnung zur Induktion betrifft, so stimme ich Meinong darin vollständig bei, daß die Induktion ein selbständig eigenartiges Prinzip ist, das sich nicht durch die Wahrscheinlichkeitsberechnung beweisen und legitimieren läßt, und daß die Geltung der Wahrscheinlichkeitssätze nicht als eine apriorisch notwendige eingesehen werden kann, sondern nur induktiv festgestellt werden kann.

Wenn aber Meinong behauptet, das Charakteristische im Verhältnis des Bernoullischen Theorems zum Gesetz der großen Zahlen liege im Übergang von restriktiver zu nicht restriktiver Betrachtung, so scheint mir doch, daß dies bei jedem Naturgesetz bis zu einem gewissen Grad vorliegt. Unsre Naturgesetze gelten doch alle von mehr oder weniger unvollständigen Gegenständen. Es müssen stets gewisse

[1]) Ebenda S. 313.
[2]) Ebenda S. 311.

Restriktionen vorgenommen werden, wir müssen Vernachlässigungen einführen und Ausgleichungen annehmen.

So viel ich sehe, liegt die Schwierigkeit des Gesetzes der großen Zahlen darin, daß hier keine Gesetzmäßigkeit als Verknüpfung der einzelnen Elemente zu denken ist. Jedes andre Naturgesetz sucht und findet gerade eine enge notwendige Verknüpfung seiner Elemente, das Gesetz der großen Zahlen beruht aber auf der Unabhängigkeit der Fälle. Deshalb sträubt man sich auch wohl, das Gesetz der großen Zahlen als Gesetz anzuerkennen.

Wenn wir nun fragen, was die Meinongschen Untersuchungen für die Klärung des Wahrscheinlichkeitsproblem leisten, so scheint mir für die allgemeine Förderung des Problems nicht viel gewonnen zu sein. Meinong ist es hier wohl auch vor allen Dingen darum zu tun, die Wahrscheinlichkeitsprobleme in die Gegenstandstheorie einzuordnen, und seine Betrachtungen, die übrigens oft sehr anschaulich und scharfsinnig sind, zeigen uns das Bekannte nur in anderem Licht, rollen aber keine neuen Probleme auf oder führen alte der Lösung entgegen.

IV. Kapitel.

Die Vertreter der objektiven Richtung.

a) Die Theorie von Fries.

Die objektive Richtung findet ihren ersten Vertreter in Fries. Der leitende Gedanke seiner Ausführungen besteht darin, den Erkenntniswert der Wahrscheinlichkeitsrechnung festzustellen und ihr eine philosophische Begründung zu geben. Im Vorwort zur Kritik der Prinzipien der Wahrscheinlichkeitsrechnung[1]) schreibt er: „Zu den Lieblingsideen dieser Aufklärung (durch die französischen Mathematiker) gehörte dann auch, daß die Wahrscheinlichkeitsrechnung einer der wichtigsten Gegenstände des öffentlichen Unterrichts sei,

[1]) J. F. Fries: Versuch einer Kritik der Prinzipien der Wahrscheinlichkeitsrechnung 1843. (In diesem Kapitel weiterhin zitiert als „Prinzipien".)

denn sie sei die Rechnung des gesunden Menschenverstandes, durch deren Belehrungen allein der falsche Einfluß von Hoffnung, Furcht und allen Gemütsbewegungen auf unser Urteil vernichtet und somit Vorurteil und Aberglaube aus dem Urteil im bürgerlichen Leben verdrängt werden könne. Damit ist uns denn auch eine höchst wichtige Wahrheit angeregt worden; aber die Begründung der ganzen Lehre ist eigentlich philosophisch, und darin blieben jene Lehrer sehr einseitig und erregten deswegen überspannte Hoffnungen, denen nie entsprochen werden kann." Fries wirft den französischen Mathematikern vor, daß sie alle unsre Erkenntnisse allgemeiner Gesetze auf die Regeln der Wahrscheinlichkeitsrechnung zu stützen suchen, daß aber der Grundbegriff der mathematischen Wahrscheinlichkeit selbst nicht genügend bestimmt sei.

Fries sucht deshalb erst einmal den logischen Charakter der Wahrscheinlichkeit festzustellen, um daraus zu finden, daß der Wahrscheinlichkeitsbegriff kein eindeutiger ist. Er schreibt: „Sachen der vollständigen Gewißheit sind alle einzelnen Tatsachen, die wir anschaulich erkennen, alle notwendigen Wahrheiten oder Erkenntnisse a priori (d. h. die mathematische und rein philosophische Erkenntnis) und alles dasjenige, was nach vollständigen Schlüssen aus der Verbindung dieser beiden Bestandteile unsrer Erkenntnis folgt. Sachen der Wahrscheinlichkeit sind dagegen alle die allgemeinen Behauptungen, welche wir nur durch die Erfahrung bestimmen, nebst alle dem, was aus diesen gefolgert wird."[1])

Wahrscheinlichkeit kommt also nach Fries nur im Schlußverfahren vor und zwar im unvollständigen Schluß, er meint, daß wir eine Behauptung mit ihren Gründen vergleichen und diese Gründe als nicht ausreichend für die Behauptung finden.

Jeder Vernunftschluß fordert nämlich nach Fries eine vollständige allgemeine Regel und die Übersicht einer ganzen ungeteilten Sphäre, um seinen Schlußsatz bestimmen zu können. Der Wahrscheinlichkeitsschluß hingegen nimmt auch mit der

[1]) Prinzipien, Einleitung § II. S. 13.

Kenntnis einer geteilten Sphäre vorlieb, um daraus seinen Schlußsatz zu wagen.

Wenn ich z. B., anstatt zu wissen, daß alle A B sind, nur weiß: Die meisten A sind B; andrerseits aber auch weiß, daß C A ist, so werde ich vermuten, daß C auch B sei. Die geteilte Sphäre liegt also vor, weil ich nur von einigen A weiß, daß sie B sind.

Das Urteil (conclusio) ist dann selbst kein Wissen, sondern nur eine Meinung, ein Fürwahrhalten mit Wahrscheinlichkeit.

Diese Wahrscheinlichkeit zeigt sich aber nicht als eindeutig. Je nachdem die unvollständigen Gründe, auf denen sie beruht, untereinander übereinstimmen und somit zu einer allgemeinen Regel führen können, oder nicht übereinstimmen, sondern nur ganz allgemeinen Bedingungen gehorchen, als einzelne Fälle aber von verschiedenen Regeln abhängen, unterscheidet Fries die philosophische und die mathematische Wahrscheinlichkeit. Er sagt darüber: „Jeder Wahrscheinlichkeitsschluß hat in seinen Praemissen anstatt der vollständigen Regel nur eine geteilte Regel. Dabei sind zwei Fälle zu unterscheiden. Entweder ich weiß, daß die geteilte Regel nicht vollständig gilt und ordne nur den größeren Teil der Sphäre unter, oder ich suche gerade aus der geteilten Kenntnis der Regel durch den Schluß auf die Regel selbst zu kommen. Der erstere Fall mißt die Teile einer Sphäre gegeneinander und gibt deshalb eine mathematische Wahrscheinlichkeit, der andere Fall hingegen sucht von der Vielheit der Fälle auf die Einheit der Regel zu schließen, dieser gibt die philosophische Wahrscheinlichkeit."[1])

Dieser Unterschied, den Fries hier zwischen mathematischer und philosophischer Wahrscheinlichkeit macht, liegt also keineswegs in der Meßbarkeit der Gründe, sondern in der gegebenen Urteilsmaterie, die dann eine ganz verschiedene Art des Schlußverfahrens bedingt.

Die Urteilskraft, meint Fries, sei sich bei der mathematischen Wahrscheinlichkeit der Ungültigkeit der Regel bewußt,

---

[1]) J. F. Fries, System der Logik. 3. Auflage. 1837. § 100, ferner zitiert als „Logik".

denn es seien ja Gründe und Gegengründe vorhanden. Hingegen setzt sie bei der philosophischen Wahrscheinlichkeit mit voller Gewißheit voraus, daß die Regel vollständig und im Allgemeinen gelte. Deshalb zeigt die Wahrscheinlichkeit in beiden Fällen eine ganz verschiedene Modalität.

Die Entscheidung der mathematischen Wahrscheinlichkeit ist nur eine Wette, bei dem sich die Urteilskraft bestimmt sagt, daß es auch anders sein könne, die Entscheidung geschieht hier nach Größenverhältnissen, es werden Gründe und Gegengründe gegen einander abgewogen und nach der Mehrzahl wird entschieden. Bei der philosophischen Wahrscheinlichkeit hingegen liegt die Voraussetzung zu Grunde, daß hier allgemeine Gesetze gelten, deren Regeln nur erraten werden sollen. Das Überwiegende der Gründe liegt hier nicht in der Vielheit der Fälle, sondern in der strengen Unterordnung unter schon bekannte Naturgesetze, welche hier als leitende Maxime unsre Meinung leiten.

Die mathematische Wahrscheinlichkeit selbst zerfällt nun nach Fries wieder in eine objektive und eine subjektive. Letztere kommt nur mir wahrscheinlich vor, während die objektive allgemein gültig ist. Diese darf sich nicht nur auf überwiegende Gründe berufen, sondern muß die Verhältnisse der möglichen Fälle nach Zahlen bestimmen und die Vollständigkeit aller Fälle angeben können. Soll eine Wahrscheinlichkeit berechenbar sein, so muß der Umfang, der durch die allgemeinsten Bedingungen geschaffen wird, ein begrenzter sein, so daß sich die einzelnen Fälle, die unter einander gleichartig sein müssen, abzählen lassen und dadurch in ein zahlenmäßiges Verhältnis zu einander gebracht werden können. „Dadurch", meint Fries, „können wir dann den fraglichen Umfang der Erkenntnis in eine bestimmte Anzahl gleichmöglicher Fälle einteilen, darnach berechnen, was in der Mehrheit der Fälle eintreffen müsse und demgemäß unsre Vermutungen leiten."[1])

Die Aufgabe der Wahrscheinlichkeitsrechnung ist es nun, die berechnungsfähigen Wahrscheinlichkeiten herauszuheben

[1]) Prinzipien § VI. S. 19.

und sie nach den ihr eigentümlichen Methoden zu behandeln. Sie muß deshalb zuerst die Sphäre der Erkenntnis in ihre gleichmöglichen Fälle einteilen, um dann durch das Verhältnis der günstigen zu den möglichen Fällen die mathematische Wahrscheinlichkeit zu bestimmen. Damit ist aber auch ihre Aufgabe erfüllt, eine Entscheidung aus überwiegenden Gründen hat sie nicht herbeizuführen.

Sie konstatiert nur ein objektives Verhältnis und berechnet es nach mathematischen Gesetzen. Deshalb meint auch Fries: „Die Wahrscheinlichkeitsrechnung hat es also nicht unmittelbar mit dem Ordnen unsrer unsicheren Behauptungen, nicht unmittelbar mit dem Wetten selbst zu tun, sondern ihr gehören zunächst gerade die sicheren Gesetze, unter denen sich irgend eine Sphäre der Erkenntnis in eine bestimmte Anzahl gleichmöglicher Fälle teilt.

Die Bestimmungen der Wahrscheinlichkeitsrechnung enthalten also nicht das unsichere Spiel der Ereignisse, sondern nur die festen Gesetze, unter denen das unsichere Spiel steht. Das Glück oder Unglück der Würfelspiele bleibt dem Leben, die Wahrscheinlichkeitsrechnung beurteilt nur die Regeln des Würfelspiels und hat mit den Spielen selbst nichts zu tun."[1])

Oder: „Soweit geht gerade die volle Gewißheit bei der Sache, die eigentliche Wahrscheinlichkeit kommt erst bei der Unterordnung im Schlusse vor, wo die Rechnung aufhört."[2])

Somit sucht Fries vor allem zu betonen, daß der sogenannte mathematische Wahrscheinlichkeitsschluß, der sich auf Größenverhältnisse gründet, nicht dadurch gestützt werden kann, daß er sich exakter mathematischer Methoden bedient, sondern daß seine Unsicherheit in seinen philosophischen Grundlagen liegt.

Die Wahrscheinlichkeitsrechnung selbst sieht es also als ihre erste Aufgabe an, die Sphäre der Erkenntnis in ihre gleichmöglichen Fälle einzuteilen, um dann durch das Verhältnis der günstigen zu den möglichen Fällen die mathematische Wahrscheinlichkeit zu bestimmen. Sie sucht, meint Fries,

---

[1]) Prinzipien § VII. S. 21.
[2]) Logik. § 101.

nach allgemeinen Regeln für diese Einteilung und deshalb bezeichnet er sie auch als mathematische Induktion, „durch welche wir die Gesetze bestimmen, nach welchen eine Sphäre in ihre verschiedenen Teile geteilt wird."[1])

Was nun Fries unter dieser mathematischen Induktion versteht, geht aus seinen Ausführungen nicht mit Klarheit hervor. Sind diese zu bestimmenden Gesetze methodische Vorschriften, um die gleichmöglichen Fälle zu konstatieren oder sind diese gleichmöglichen Fälle in der Natur gegeben und durch Induktion zu gewinnen? Fries behauptet von ihr: Diese mathematische Induktion ist in ihrem Verfahren gleichgerichtet, wie die philosophische Induktion, indem auch sie aus gegebenen Besonderheiten nach allgemeinen Regeln strebt.

Und ferner: Beide Induktionen können sich für unsre Erkenntnis vereinigen, aber es muß stets in der Weise geschehen, daß die philosophische Induktion den Gang des Verfahrens ordnet, die wesentlichen Gesetze erschließt, und damit die Erkenntnissphäre eingrenzt, hingegen die mathematische Induktion erst dort eingreift, „wo die Erscheinungen durch sehr viele veränderliche Ursachen bestimmt werden, so daß die Regelmäßigkeit ihres Wechsels nur durch genaue Vergleichung sehr vieler Fälle erraten werden kann."[2])

Der Wahrscheinlichkeitsbruch der nun durch die Wahrscheinlichkeitsrechnung bestimmt wird, bedeutet nach Fries nichts anderes, als einen Ausdruck dafür, wie oft durchschnittlich ein Ereignis in einer großen Zahl von Beobachtungen eintritt. Er meint, die Wahrscheinlichkeitsrechnung enthalte überhaupt nur Anwendungen der Durchschnittsrechnung, indem sie sich mit der Auffindung mittlerer Verhältniszahlen beschäftigt, bei denen man im Durchschnitt am wenigsten irren wird. „Die Bestimmung der Wahrscheinlichkeit nach Zahlen hat nur wissenschaftliche Bedeutung, weil und wiefern diese Durchschnitte und ihre mittleren Verhältniszahlen mit vollständiger Gewißheit bestimmt sind, sie findet nur Be-

---

[1]) Prinzipien. § VII. S. 22.
[2]) Prinzipien. § VII. S. 22.

deutung und Anwendung für den Standpunkt der Betrachtung, für den diese Gewißheit gilt."[1])

Für ein einzelnes Ereignis hat die Wahrscheinlichkeitsrechnung nach Fries gar keine Bedeutung. Diese Bedeutung kann immer erst eintreten, wenn wir für eine hinlängliche große Reihe von Ereignissen einer Art einen Überschlag haben.

So meint Fries, daß es wohl Sinn und Bedeutung habe, wenn eine Versicherungsgesellschaft das mittlere Lebensalter des Menschen feststelle, um daraus Schlüsse für die Gesamtheit ihrer Teilnehmer zu ziehen; hingegen sei diese Bestimmung für einen einzelnen Menschen absolut wertlos.

Je nach der Bestimmung in gleichmögliche Fälle unterscheidet Fries eine Wahrscheinlichkeit a priori und a posteriori. Bei der Wahrscheinlichkeit a priori ist „das Ganze nebst der Teilung desselben in gleichmögliche Fälle gegeben, es werden die Durchschnittszahlen für die Verhältnisse der unsicheren einzelnen Ereignisse demgemäß bestimmt" bei der Wahrscheinlichkeit a posteriori hingegen „sehen wir Reihenfolgen beobachteter Ereignisse unter Gesetzen einer solchen in gleichmögliche Fälle geteilten Sphäre erfolgen, aber wir kennen die geteilte Regel noch nicht und wollen sie erst durch Beobachtung bestimmen. Wir sehen hier also eine Art von Begebenheiten immer unter denselben aber selbst nicht zu berechnenden allgemeinsten Bedingungen erfolgen, dabei aber jede einzelne Begebenheit durch viele nicht zu berechnende veränderliche nähere Ursachen bestimmt werden, die jedoch im Ganzen innerhalb bestimmter Schranken wirken. Man soll durch die Beobachtung der Verhältnisse der Durchschnittszahlen günstiger und ungünstiger Fälle das Gesetz der Veränderung dieser Verhältniszahlen bestimmen."[2])

Die Anwendungen der apriorischen Wahrscheinlichkeit sind nach Fries von rein mathematischer Art und bedürfen keiner philosophischen Untersuchungen, hingegen können die Anwendungen der Wahrscheinlichkeit a posteriori nur durch eingehendere philosophische Betrachtungen geprüft und gerechtfertigt werden.

[1]) Prinzipien. § VIII. S. 23.
[2]) Prinzipien. § IX S. 25.

Fries versucht nun hier zu zeigen, daß wir aus den bloßen Zahlen der Beobachtungen und den daraus gewonnenen Berechnungen, seien sie auch noch so elegant und scharfsinnig — keine Naturgesetze ableiten können, sondern daß dazu ein Einblick in die allgemeinen Gesetzmäßigkeiten der betreffenden Erscheinungen nötig sei.

Was den Schluß aus der Anzahl der Beobachtungen betrifft, so meint Fries, „wir finden hier einzig den Satz von objektiver Gültigkeit, daß, je länger wir die Beobachtungen in einer bestimmten Sphäre fortsetzen, wir die Ereignisse im Durchschnitt um so genauer in den Verhältnissen finden werden, in welchen die Zahlen der für sie gleichmöglichen Fälle stehen. Alles andre ist nur von subjektiver Bedeutung."[1])

Darunter versteht Fries die Ansetzung gleichmöglicher Fälle, wie wir sie empirisch aus der Verhältniszahl der beobachteten Erscheinung vornehmen. Er führt hierzu folgendes Beispiel an: „Ich weiß, daß 4 Kugeln im Gefäß sind, von denen jede entweder weiß oder schwarz ist, auch weiß ich, daß eine davon weiß und eine schwarz sei, welches von diesen beiden aber bei den beiden übrigen stattfinde, weiß ich nicht. So bleiben mir drei Voraussetzungen: beide weiß, beide schwarz, eine weiß und eine schwarz zum Raten übrig, und auf die Zahl dieser Voraussetzungen gründe ich meine Rechnung. Allein dies gibt objektiv keine gleichmöglichen Fälle, da ist vielmehr eine dieser Voraussetzungen wahr und die anderen sind falsch. Meine Einteilung gründet sich nur auf den Mangel meiner Kenntnis von der Sache, sie wird weder für den einzelnen Fall, noch im Durchschnitt die Sache näher zu bestimmen im stande sein."[2])

Wir sehen also, wie sich Fries auf durchaus objektiven Standpunkt stellt und einen Wahrscheinlichkeitsansatz, der sich auf den Mangel von Kenntnissen gründet, verwirft. Als objektiv gültig läßt er nur den Satz bestehen, daß man durch Vermehrung der Beobachtungen den wirklichen Verhältnissen, welche die gleichmöglichen Fälle darstellen, näher komme.

---

[1]) Prinzipien. II. Abschnitt, 2. Kap. § 26. S. 129.
[2]) Ebenda S. 129/30.

Diesen Satz, welcher das Gesetz der großen Zahlen darstellt, gründet Fries auf das Gesetz der Sparsamkeit der Natur. Er schreibt: „Hier haben wir immer eine philosophische Wahrscheinlichkeit des Gelingens für uns, daß wir selbst bei dem zufälligsten Wechsel der Erscheinungen doch bei hinlänglicher Fortsetzung der Beobachtungen zu festen mittleren Durchschnitten gelangen werden, um des Gesetzes der Sparsamkeit der Natur willen. Da nämlich in der Natur doch alle Wirkungen einer wirklichen Ursache wirklich sind, so muß ja die Anzahl der in einem gewissen Gebiet der Erscheinungen zusammenwirkenden Ursachen notwendig ein Kleinstes sein."[1])

Wenn also Ursachen innerhalb gewisser Grenzen verschiedene Wirkungen hervorbringen, so müssen sich bei hinlänglich vervielfältigten Beobachtungen konstante mittlere Durchschnittszahlen ergeben. Wie lang nun aber die Beobachtungen fortzusetzen sind, um eine gewisse Sicherheit zu erreichen, das könne nicht durch Formeln erschlossen werden, dazu sei eine Einsicht in die Gesetzmäßigkeit der betreffenden Erscheinungen nötig.

Demnach ist es nach Fries falsch, lediglich aus der Anzahl von Beobachtungen auf ein Naturgesetz schließen zu wollen, ohne eine innere Gesetzmäßigkeit in Betracht zu ziehen, welchen Fehler er den französischen Mathematikern besonders vorwirft. Denn ohne einen Einblick in diese innere Gesetzmäßigkeit wissen wir ja gar nicht, wann die Anzahl der Beobachtungen eine genügende Höhe erreicht hat.

Die Rechnung vermag uns nur einen bestimmten Überschlag zu geben, sie bestimmt nie das gesuchte Gesetz, sondern kann uns nur anregen, dasselbe durch Induktion zu suchen. Sie kann also nur als eine vorbereitende, aber nie als selbständige Methode verwandt werden, um Naturgesetze aufzustellen.

Fries sagt: „Hier stehen philosophische und mathematische Induktion neben einander. Sollen allgemeine Naturgesetze erforscht werden, z. B. die allgemeine Theorie der Schwere, die Gesetze der Chemie, des Lichtes, der Elektrizität; so

---

[1]) Prinzipien. II. Abschnitt, 2. Kap. § 26. S. 135.

ordnet die philosophische Induktion den Gedankengang. Wenn aber das Gesetz für einzelne Fälle aus Tatsachen bestimmt werden soll, z. B. die Lokalverhältnisse der Schwere an bestimmten Orten der Erde usw., so kommt immer die mathematische Wahrscheinlichkeit mit in Frage."[1])

Die Aufgabe der mathematischen Induktion ist es hier, dasjenige streng zahlenmäßig festzustellen, was sonst nur im Überschlag und gefühlsmäßig bestimmt wird. Oft wird das durch subjektive Momente durchaus verwischt und verzerrt, weil hier oft Unerwartetes vergrößert oder Vereinzeltes zu schnell verallgemeinert wird. So soll die Wahrscheinlichkeitsrechnung ein von diesen subjektiven Momenten befreites, lediglich durch die gegebenen Tatsachen objektiv entstandenes Bild schaffen. „Die mathematische Induktion", meint Fries, „soll den gesunden Verstand neben den richtigen Methoden der philosophischen Induktion und allen Methoden der nicht berechenbaren Wahrscheinlichkeit im Kampf mit Aberglauben und Vorurteilen anwenden, um die Helligkeit des Geistes, die Aufklärung zu fördern."[2])

Die Fries'schen Ausführungen sind zum großen Teil nur noch von historischem Interesse, denn viele seiner Überlegungen haben in den modernen Theorien eine Vertiefung und systematischeren Ausbau erfahren. So z. B. der von Fries mit viel Scharfsinn durchgeführte Unterschied zwischen philosophischer und mathematischer Wahrscheinlichkeit in den v. Kries'schen Ausführungen über das Gleichartigkeitsprinzip und das Prinzip der Spielräume. Ferner die Wertung beider Erkenntnisarten, der philosophischen und mathematischen Induktion, wie Fries sie nennt, für das Auffinden von Naturgesetzen, in den Sigwart'schen Betrachtungen.

Das Verdienst von Fries liegt vor allem darin, daß er der erste war, der versucht hat, der Wahrscheinlichkeitsrechnung eine philosophische Grundlage zu geben, sie in ein Verhältnis zur Erkenntnistheorie und Logik zu setzen und daraufhin ihr Anwendungsgebiet abzugrenzen, aber auch zu sichern. Er

---

[1]) Prinzipien. § IX S. 26.
[2]) Prinzipien. § IX S. 27.

hat zuerst erkannt, daß die Wahrscheinlichkeitsrechnung nur dort Sinn und Bedeutung hat, wo es sich um Durchschnittsrechnung handelt, in welcher ein Ausgleichsprinzip zu Tage tritt, daß aber die Berechnung für den einzelnen Fall eine leere Spielerei ist.

Wenn er aber das Gesetz der großen Zahlen auf das Gesetz der Sparsamkeit der Natur gründet, so mag uns dies heute keine befriedigende Erklärung mehr sein, denn dieses Gesetz, das wohl in der damaligen Zeit „als leitende apriorische Maxime" großes Ansehen genoß, entbehrt doch in sich jeder philosophischen Begründung, so daß aus ihm keine andere Erscheinung erklärt werden kann.

b) Versuche einer transzendentalen Begründung der Wahrscheinlichkeitssätze.

Zwei Vertreter der objektiven Richtung, E. Zilsel[1]) und H. Reichenbach[2]) haben in jüngster Zeit den Versuch gemacht, die Wahrscheinlichkeitsgesetze in Kantischer Beweisführung transzendental abzuleiten, sie als notwendige Bedingung unsrer Erfahrungserkenntnis aufzuweisen.

Der Ausgangspunkt Zilsels ist das Gesetz der großen Zahlen, welches besagt, daß in einer Versuchsreihe mathematische Wahrscheinlichkeit und relative Häufigkeit eines Ereignisses nahezu gleich groß sind. Das Gesetz hat sich erfahrungsgemäß gut bestätigt, es drückt, wie Zilsel meint, ein Naturverhalten aus. Erst infolge des Gesetzes der großen Zahlen kann die mathematische Wahrscheinlichkeit auf die Wirklichkeit angewandt werden.

In dieser Fassung aber, das Gesetz der großen Zahlen als die Annäherung der relativen Häufigkeit an die mathematische Wahrscheinlichkeit anzusehen, liegt noch ein Problem, das erklärungsbedürftig ist. Der Begriff der gleichen Möglichkeit zur Bestimmung der mathematischen Wahrscheinlichkeit läßt

---

[1]) E. Zilsel: Das Anwendungsproblem. Leipzig 1916.

[2]) H. Reichenbach: Der Begriff der Wahrscheinlichkeit für die mathematische Darstellung der Wirklichkeit. Ztschrft. f. Philosophie und philos. Kritik. Bd. 161—163.

sich nicht vermeiden. Deshalb sucht Zilsel eine andre Formulierung, die nur von der aposteriorischen Wahrscheinlichkeit ausgeht: „In großen Versuchsreihen eines Zufallsspiels ist die relative Häufigkeit jedes Spielresultats ein nahezu konstanter, für das Spielresultat charakteristischer Bruch"[1])oder noch allgemeiner: „In Massenerscheinungen gibt es nahezu konstante Durchschnittsziffern".[2])

Inwiefern, fragt Zilsel, läßt sich das Gesetz der großen Zahlen ein Gesetz nennen? Ein Naturgesetz im Sinne der anderen ist es nicht. Diese werden durch Induktion gewonnen und beruhen auf der Verknüpfung von Ursache und Wirkung. Das Gesetz der großen Zahlen zeigt keine ursächliche Verknüpfung seiner Elemente und zur Induktion hat es, wie gezeigt werden soll, ganz andre Beziehungen.

Nimmt man das Gesetz der großen Zahlen als eine Erfahrung wie alle anderen an, so verwickelt man sich in merkwürdige Aporien, es ist aber auch falsch, es als eine nicht weiter erklärbare Tatsache hinzustellen.

Was stellt also das Gesetz der großen Zahlen dar?

Zilsel gibt uns folgende Ableitung: Das Gesetz der großen Zahlen ist der Ausdruck der größtmöglichen Mannigfaltigkeit der Allverschiedenheit der Natur, ja die Allverschiedenheit der Natur geht sogar so weit, daß sie die Tendenz zeigt, in allen einzelnen Merkmalen abzuwechseln.

Auf der Allverschiedenheit der Natur beruht zunächst die logische Inhalt-Umfang-Relation, welche besagt: Mit wachsendem Umfang nimmt der Inhalt ab und umgekehrt. Auf der Tendenz der Natur zur Abwechslung in jedem einzelnen Merkmal beruht der von Zilsel sogenannte Satz der „durchgreifenden Inhaltsabnahme", welche die Inhalt-Umfang-Relation dahin ergänzt, daß die Inhaltsabnahme bei wachsendem Umfang so verläuft, daß nicht eine einzelne Merkmalsgruppe einseitig abnimmt, sondern die Abnahme gleichmäßig für die einzelnen Merkmalsgruppen erfolgt.

Diesen Satz der durchgreifenden Inhaltsabnahme formuliert

---

[1]) Das Anwendungsproblem. S. 12.
[2]) Ebenda S. 13.

Zilsel folgendermaßen: „Mit wachsendem Umfang nimmt der Inhalt ab und zwar so, daß schon nach endlicher nicht allzugroßer Umfangszunahme mit Ausnahme der etwa festgehaltenen, alle echten Inhaltsteile abgenommen haben."[1])

Unter festgehaltenen Teilen versteht Zilsel diejenigen Merkmale oder Merkmalskomplexe, die vom Beobachter willentlich konstant gehalten werden, so kann ich beim Würfelspiel das Merkmal „Dreierwurf" festhalten und damit sagen, daß es mir nur auf Dreierwürfe ankommt. Andre Merkmale, z. B. die Bahn betreffend, in welcher der Würfel auffällt, oder die genaue Stelle des Tisches, auf die der Würfel zu liegen kommt, werden bei den verschiedenen Dreierwürfen in den verschiedensten Nuancen abwechseln.

Von echten Inhaltsteilen spricht Zilsel dann, wenn die Teile des Inhalts zu einander disparat sind, d. h. wenn keiner den anderen oder dessen Negation involviert.

Das Gesetz der großen Zahlen ist nun nach Zilsel eigentlich nichts anderes als der Ausdruck für den Satz der durchgreifenden Inhaltsabnahme. Zilsel sucht dies durch ein logisches Kalkül zu erweisen, welches folgenden Gedankengang zeigt: Die mathematische Wahrscheinlichkeit definiert Zilsel ganz allgemein als das Verhältnis zweier Inhalte, die im Verhältnis einer Involvenz stehen, z. B. $\frac{\text{Dreierwurf}}{\text{Würfelwurf.}}$ Habe ich nun eine größere Anzahl von Würfen getan, so werden darunter eine Anzahl Dreierwürfe sein. Diese werden nicht nur das Merkmal „drei" gemeinsam haben, sondern auch noch andre gemeinsame Merkmale aufzeigen. Ebenso werden die Würfelwürfe gewisse Merkmale gemeinsam haben. Das Verhältnis dieser wirklichen Dreierwürfe zu den wirklichen Würfelwürfen ist die relative Häufigkeit. Würfle ich nun weiter, so werden diese gemeinsamen, nicht festgehaltenen Merkmale immer mehr abnehmen und zwar wird — wenn der Satz von der durchgreifenden Inhaltsabnahme gilt — diese Abnahme so erfolgen, daß sie sich auf die einzelnen Merkmalsgruppen annähernd gleichmäßig verteilt, so daß sich das Häufigkeitsverhältnis immer

[1]) Ebenda S. 61.

mehr der von Zilsel definierten mathematischen Wahrscheinlichkeit nähert, ja gewissermaßen in Grenzen von ihr eingeschlossen wird. Somit ist das Gesetz der großen Zahlen als Ausdruck des Satzes von der durchgreifenden Inhaltsabnahme abgeleitet. Es gilt also nun den Satz von der durchgreifenden Inhaltsabnahme als gültig zu erweisen. Ist dieser wahr, dann läßt sich auch die Gültigkeit des Gesetzes der großen Zahlen einsehen. Zilsel versucht dies nun zu tun, indem er den Satz als eine notwendige Bedingung der Erfahrung, also der Induktion aufzeigt.

Der Satz sagt aus, meint Zilsel, in der Natur herrscht Abwechslung bis in alle Inhaltsteile, alle einzelnen Merkmale hinein. Finden wir nun bei oftmaliger Wiederholung diese verlangte Abwechslung nicht vor, sehen wir also, daß ein echter Inhaltsteil, trotzdem er nicht direkt festgehalten wird, nicht abnehmen will, so können wir annehmen, daß er mit dem festgehaltenen Teil notwendig verknüpft ist, daß also eine Involvenz, ein Kausalverhältnis vorliegt. „Auf diese Art", meint Zilsel, „treten aus einem schwankenden Ozean für die Erkenntnis gleichsam wie Inseln allmählich feste, konstante Gruppen heraus, die als notwendige Konstanzen auch weiter erhalten bleiben. Also: Wechsel ist natürlich, Konstanz ist — wenn sie nicht herausgesucht ist — erzwungen, verursacht und besteht dann auch weiter."[1]) Würde dieser Satz nicht gelten, brauchte also „ein echter Inhaltsteil bei großer Umfangszunahme nicht abzunehmen, dann könnten viele Einzelfälle ohne Grund in einem Merkmal übereinstimmen, Konstanzen, die noch so oft beobachtet worden sind, könnten nur zufällige sein und es bestünde immer die Gefahr, sie nie mehr vorzufinden... Es wäre überhaupt in einer solchen Welt unmöglich, etwas Notwendiges, d. h. etwas, das auch im Bereich des noch Unbekannten gilt, zu finden."[2]) „Es ist klar", schließt Zilsel seine Betrachtungen, „daß wir in einer solchen Welt keine Erfahrungen werden machen können, daß in ihr Induktion nicht möglich sein wird."[3])

[1]) Ebenda S. 109.
[2]) Ebenda S. 110.
[3]) Ebenda S. 111.

Somit ist das Gesetz der großen Zahlen durch die Induktion selbst gewissermaßen transzendental erwiesen. In ihm prägt sich eine gewisse Struktur der Natur aus, welche notwendig angenommen werden muß, um über die Natur überhaupt Erkenntnisse zu machen.

Der eigenartige Charakter des Gesetzes der großen Zahlen beruht nun darin, daß es sofort zu einer heuristischen Methode zerfließt, wie Zilsel sagt, wo es scheinbar nicht befolgt wird, um aber nach Beseitigung des Hindernisses in seiner alten Gestalt wieder aufzuerstehen[1].)

Zilsel versucht also zu zeigen, daß das Gesetz der großen Zahlen als Ausdruck des Satzes von der durchgreifenden Inhaltsabnahme anzusehen ist, welcher eine gewisse Naturkonstruktion darstellt, die wir notwendiger Weise unsrer induktiven Erkenntnis zu Grunde legen müssen.

Einen ähnlichen Beweis, wenn auch von anderen Betrachtungen ausgehend, versucht Reichenbach zu führen. Er sucht das Gesetz der großen Zahlen in Gestalt einer Wahrscheinlichkeitsfunktion als eine notwendige Bedingung aller physikalischen Erkenntnis abzuleiten.

Reichenbach scheidet zunächst streng den wissenschaftlichen Wahrscheinlichkeitsbegriff von demjenigen, wie wir ihn im Alltagsleben gebrauchen. Nur ersteren könne man den Operationen der Wahrscheinlichkeitsrechnung zu Grunde legen. Es sei der Fehler der philosophischen Kritik gewesen, daß sie immer von dem Wahrscheinlichkeitsbegriff des täglichen Lebens ausgegangen sei, deshalb konnte sie zu keiner scharfen Stellung des Problems kommen. Dieser Wahrscheinlichkeitsbegriff mußte zum Subjektivismus führen, den Reichenbach aufs schärfste bekämpft, da er fordert, daß das Wahrscheinlichkeitsurteil über wirkliche Dinge etwas aussage.

Die Wahrscheinlichkeitsrechnung sucht nach einer Norm, sie fragt nach der richtigen Erwartung, die durch eine objektive Gesetzmäßigkeit bestimmt sein muß. Diese will Reichenbach suchen, sie muß sich philosophisch begründen lassen.

Reichenbach fordert zunächst: Sollen die Sätze der Wahr-

[1]) Ebenda S. 19.

scheinlichkeitsrechnung sinnvoll angewendet werden, so müssen wir die Voraussetzung einer gewissen Wahrscheinlichkeitsfunktion machen, welche zum Ausdruck bringt, daß alle Werte eines sich widerholenden Ereignisses mit annähernd der gleichen Häufigkeit vorkommen wie benachbarte Werte und daß diese bestimmte Gesetzmäßigkeit auch für eine unendliche Anzahl von Beobachtungen gilt.

Mathematisch bedeutet das eine im Riemannschen Sinne integrierbare Funktion, die bei graphischer Darstellung mit der x-Achse ein endliches Flächenstück abschneidet.

Reichenbach definiert die Wahrscheinlichkeitsfunktion alsdann: „Wir wollen eine solche Funktion, die im Riemannschen Sinne integrierbar ist, und mit der x-Achse ein endliches Flächenstück abgrenzt, wenn sie einer Reihe von N Wiederholungen derart zugeordnet ist, daß das Verhältnis der Anzahl h der in das Intervall a bis b fallenden Werte zur Gesamtzahl N, also der Bruch $\frac{h}{N}$ mit wachsendem N nach dem Ausdruck $\int_a^b f(x)\,dx\ f(\times)\,d\times$ strebt, eine Wahrscheinlichkeitsfunktion nennen."[1])

Diese Funktion ist dann der Ausdruck einer den Naturvorgängen zu Grunde liegenden Gesetzmäßigkeit.

Wahrnehmbar ist aber eine solche Gesetzmäßigkeit nur unter gewissen realen Bedingungen, nämlich der Unabhängigkeit zweier oder mehrerer Vorgänge, ferner einer durch diese Gesetzmäßigkeit verursachten gemeinsamen Wirkung und schließlich der Aufstellung eines gewissen Zählersystems. Das Vorhandensein dieser Bedingungen ist nur aus der Erfahrung zu erschen. Eine weitere Bedingung bildet eine einigermaßen große Anzahl von Wiederholungen.

Reichenbach illustriert den Wahrscheinlichkeitsvorgang an dem Beispiel einer idealen Wahrscheinlichkeitsmaschine, welche so konstruiert ist, daß ein vertikales Geschoß in bestimmten Zeiten ein horizontal ablaufendes Band trifft, das

---

[1]) Der Begriff der Wahrscheinlichkeit für die math. Darstellung der Wirklichkeit. Ztschrft. f. Philosophie u. philos. Kritik. Bd. 161, S. 232.

mit schwarzen und weißen Querstreifen versehen ist. Eine Bedingung ist hierbei noch, daß die Anfangszeit eines jeden Schusses stets mit derselben Einstellung des Bandes übereinstimmt, also z. B. jedesmal eine Senkrechte, die vom Geschoß aus auf das Band gefällt würde, einen Grenzstrich zwischen weiß und schwarz treffen müßte.

Die Unabhängigkeit ist für den so beschriebenen Vorgang (wenigstens bis zur denkbar größten Annäherung) gesichert, die gemeinsame Wirkung der beiden Vorgänge besteht in der Durchlöcherung des Bandes durch das Geschoß, und das Zählsystem wird durch das abrollende, gestreifte Band gebildet. Die Wahrscheinlichkeitsfunktion tritt hierbei in Erscheinung, indem bei einer großen Anzahl von Schüssen annähernd gleichviel schwarze und weiße Streifen getroffen werden.

Auf demselben Prinzip beruht die Theorie der Zufallsspiele und die Fehlertheorie für meßbare Beobachtungen.

Die Fehlertheorie geht davon aus, daß nicht nur subjektive Ungenauigkeiten, die in der mangelnden Sinnesschärfe liegen, eine exakte Messung unmöglich machen, sondern auch gewisse objektive Ursachen mitspielen, z. B. die niemals vollständige Gleichheit des gegebenen Gegenstandes. Der jeweilig gegebene Gegenstand ist stets als eine Wirkung einer Summe unendlich vieler Einflüsse zu denken, und was wir messen, ist gerade diese Summe. Wir aber können nur eine endliche Anzahl von Einflüssen in Rechnung bringen und erhalten dadurch einen gewissen Fehler in unsre Rechnung. Ist diese Summe der unbekannten Einflüsse nicht konstant, so werden wir bei öfteren Messungen eine Anzahl verschiedener sich widersprechender Werte erhalten. Welcher Wert ist nun der richtigste? Um dies zu bestimmen, machen wir folgende Überlegung: Die Summe der Wirkungen unbekannter Einflüsse setzt sich zusammen aus verschiedenen Elementareinflüssen oder Elementar-Fehlern. Wirkten diese alle nach einer Richtung, so würden wir die obere resp. die untere Grenze des Gesamtfehlers erhalten. Diese äußersten Werte sind aber sehr selten gemäß der Permutations- und Kombinationslehre. Hingegen liegen die häufigsten Kombinationen der Elementar-

fehler in der Mitte zwischen oberer und unterer Grenze. Diese inneren Werte können also auf viel mannigfaltigere Art entstanden sein. So wird der häufigst beobachtete Wert zugleich derjenige sein, der den Ausgleich der Elementarfehler enthält, und man kann so den häufigst beobachteten Wert als den wahrscheinlichsten ansehen.

Die Voraussetzung aber dieser Überlegungen liegt darin, daß sich die Häufigkeiten der Elementarfehler nach Wahrscheinlichkeitsgesetzen zusammensetzen, also ist als notwendige Voraussetzung einer Fehlertheorie eine Wahrscheinlichkeitsfunktion anzusehen. (Die Gauß'sche Fehlertheorie ist als Spezialfall einer allgemeinen Theorie anzusehen, da sie die Voraussetzung sehr vieler unabhängiger Elemente gleicher Größenordnung macht.)

Woher weiß ich aber, fragt Reichenbach, daß es eine solche Funktion gibt? Aus der Erfahrung kann sie nicht stammen, denn dieser Grundsatz sagt etwas über Wiederholungen von Vorgängen aus, die noch gar nicht erfahren sind, „er behauptet, daß, wie die Verteilung auch zu Anfang sei, in ihren Häufigkeitszahlen doch schließlich eine Annäherung stattfinden müsse an eine integrierbare Funktion, und das sowohl für die Wiederholung eines einzelnen Vorgangs, als auch für die Wiederholung von Kombinationen. Die spezielle Form dieser Funktion muß die Erfahrung bestimmen; aber daß sich überhaupt eine derartige Aussage machen läßt über beliebig viel Fälle, das kann keine Erfahrung lehren. Denn nur über eine endliche Zahl von Fällen kann die Beobachtung Aufschluß geben."[1])

Reichenbach setzt dieses Gesetz in Parallele zum Kausalgesetz, sein spezieller Inhalt wird jeweils empirisch gewonnen, aber „daß das im Einzelfall Beobachtete nun allgemein gilt, daß von nun ab jeder beliebige Fall dieser Gesetzlichkeit unterliegen soll, läßt sich durch keinerlei Beobachtung feststellen."[2]) Die Gesetzlichkeit, um die es sich hier handelt, ist allerdings keine kausal verknüpfte, da es sich um kausal unabhängige Vorgänge handelt.

[1]) Ebenda Bd. 162, S. 111.
[2]) Ebenda Bd. 162, S. 112.

Reichenbach sucht nun eine transzendentale Deduktion des Wahrscheinlichkeitsbegriffs zu geben, indem er ihn als eine notwendige Bedingung unsrer Erfahrungserkenntnis hinstellt. Diese wäre ja schon gegeben, wenn die Fehlertheorie als eine ebenso anerkannte Wissenschaft gälte, wie die Geometrie. Da dies aber nicht der Fall ist, sucht Reichenbach einen Beweis zu liefern, indem er den Zusammenhang dieses metaphysischen Prinzips, — wie er sagt — mit den wesentlichsten Grundsätzen der Erkenntnis aufzuzeigen versucht.

Reichenbach unterscheidet zwischen dem mathematischen und physikalischen Urteil. Während das mathematische Urteil seinen Gegenstand restlos bestimmt, weil dieser vollständig gedacht werden kann, so vermag das physikalische Urteil nur an Voraussetzungen anzuknüpfen, die von der Natur gegeben werden, und die sich deshalb nicht vollständig übersehen und bestimmen lassen, sondern schlechtweg hingenommen werden müssen.

Im Gegensatz zur empirischen Materie setzt aber das physikalische Urteil Relationen, welche reine Denkbestimmungen sind. Es behauptet — wie Reichenbach sagt — die Geltung einer mathematischen Struktur von der schlechthin gegebenen Wirklichkeit. Durch diese Strukturgleichung kann aber die Wirklichkeit keineswegs erfaßt werden, denn das wirkliche Geschehen würde zu seiner Bestimmung unendlich viele Gleichungen erfordern. Die Aussage des physikalischen Urteils bezieht sich also auf Geltung, nicht auf Übereinstimmung mit der Wirklichkeit.

Damit behauptet aber das physikalische Urteil zugleich, daß es in einer endlichen Anzahl von Gleichungen die wesentlichen Einflüsse so bestimmen kann, daß eine Annäherung an die Wirklichkeit gegeben wird. Wie komme ich aber dazu, gerade die gemessenen Einflüsse als die wesentlichen anzusehen, denen gegenüber ich andre, die ich doch gar nicht kenne, da ich sie nicht gemessen habe, vernachlässige? Ich mache hier über die Größe von Einwirkungen, deren Zahlenwert und Gesetz ich nicht kenne, eine Aussage, die aber insofern notwendig ist, als ohne sie physikalische Urteile nicht zu stande kommen würden. Die Behauptung beruht darauf, daß ich

beim Vergleich mit den theoretischen Werten eine angenäherte Übereinstimmung finde. Unter angenäherter Übereinstimmung aber verstehe ich, daß die Abweichungen, die sich mir an den Beobachtungen ergeben, nur klein sind und zwar — das ist die Hauptsache — in einer solchen Gruppierung um den theoretischen Wert stehen, daß sie nach beiden Seiten hin gleichmäßig abweichen und die kleinsten Abweichungen die häufigsten sind. Ergibt sich dann beim Vervielfältigen der Beobachtungen eine immer größere Annäherung an den bestimmten Wert, dann gilt das physikalische Urteil mit Recht von der Wirklichkeit.

Dieses Gruppierungsgesetz oder Prinzip der Verteilung, wie Reichenbach es nennt, ist also eine notwendige Bedingung für das Zustandekommen eines physikalischen Urteils. Würde es nicht existieren, d. h. würden wir nigends eine solche Gruppierung der Werte finden und voraussetzen können, daß die weiteren Beobachtungen sich diesem Gruppierungsgesetz immer enger anschließen, so könnten wir keine mathematische Gleichung auf die Wirklichkeit anwenden. Die Existenz des Gesetzes der Verteilung ist nach Reichenbach ein synthetisches Urteil a priori, welches wir fällen müssen, um Naturerkenntnis zu erlangen. „Wir finden demnach," fährt er fort, „daß das Prinzip der gesetzmäßigen Verknüpfung alles Geschehens, wie sie die Kausalität leistet, nicht zur mathematischen Darstellung der Wirklichkeit ausreicht. Es muß noch ein anderes Prinzip hinzukommen, welches die Ereignisse gleichsam in der Querrichtung miteinander verbindet, dies ist das Prinzip der gesetzmäßigen Verteilung."[1])

Diese gesetzmäßige Verteilung ist aber nichts anderes als die früher aufgezeigte Wahrscheinlichkeitsfunktion, deren Existenz durch diesen Beweis erwiesen ist. Die Notwendigkeit dieses Gesetzes läßt sich, wie Reichenbach meint, letzten Endes nur einsehen, nicht aus anderen Grundsätzen der Erkenntnis ableiten, für die physikalische Erkenntnis ist dies Prinzip aber als eine notwendige Bedingung erwiesen. Deshalb können wir auch behaupten, meint Reichenbach, daß das

[1]) Ebenda B d. 162, S. 237.

Prinzip der Verteilung ein objektives Gesetz des Naturgeschehens darstellt und daß die Sätze der Wahrscheinlichkeitsrechnung, welche darauf beruhen, mit Gewißheit gelten. Sollte in manchen Fällen die Annäherung an die Wahrscheinlichkeitskurve nicht zu finden sein, so ist damit nicht das Gesetz als falsch erwiesen, sondern wir müssen annehmen, daß die Bedingungen für eine Wahrscheinlichkeitsverteilung nicht gegeben waren. —

Fassen wir also den Beweis Reichenbachs noch einmal kurz zusammen: Das physikalische Urteil würde nicht den Anspruch machen können, von der Wirklichkeit zu gelten, wenn nicht neben dem Kausalgesetz noch ein Prinzip der Verteilung bestände, welchem als einem objektiven Gesetz die wirklichen Dinge gehorchen.

Dieses Prinzip, welches nur ganz allgemein zu fassen ist, stellt sich als eine Wahrscheinlichkeitsfunktion dar und behauptet, daß mit dem Wachsen der Anzahl der Beobachtungen auch die Annäherung an die Wahrscheinlichkeitskurve zunimmt. Die spezielle Form der Kurve kann nur aus der Erfahrung bestimmt werden.

Das Prinzip selbst ist damit aber als ein apriorisches und als notwendige Bedingung der Erfahrung nachgewiesen. —

Diese beiden Arbeiten von Zilsel und Reichenbach suchen den Beweis dafür zu erbringen, daß wir ohne gewisse Voraussetzungen über die Struktur der Natur bezüglich eines gewissen Verteilungsprinzips — es sei wie Zilsel ausführt, eine Verteilung von Merkmalen, oder wie Reichenbach sagt, eine Verteilung gewisser Ursachen — zu einer Aufstellung von Naturgesetzen nicht gelangen können.

Somit wäre also das Verteilungsprinzip nach Reichenbach, oder der Satz von der durchgreifenden Inhaltsabnahme nach Zilsel eine notwendige Bedingung unsrer Erfahrungserkenntnis, ohne die Erfahrung nicht zu stande kommt, also ein Prinzip aufgestellt, das als ein apriorisches Gesetz ein konstitutives Element unsrer Erfahrung bilden müßte.

Obwohl nun gegen diese Beweisführungen in beiden Arbeiten im Einzelnen nichts einzuwenden ist, und auch zugegeben werden muß, daß wir diese Voraussetzungen machen,

ja machen müssen, so läßt sich andrerseits nicht bestreiten, daß diesem Prinzip die strikte Evidenz fehlt, die Allgemeingültigkeit und Notwendigkeit, wie Kant sagen würde, die einem apriorischen Prinzip eignen müßte. Wir fordern für seine Gültigkeit erst einen Beweis aus der Erfahrung, der aber wiederum nicht streng erbracht werden kann, da er sich nur für die Unendlichkeit und gänzliche Unabhängigkeit erbringen ließe und für den wir uns deshalb mit einer gewissen Annäherung begnügen müssen.

Durch diese Feststellung entsteht ein gewisser Widerspruch, — dessen bin ich mir vollkommen bewußt — das Verteilungsprinzip bildet einerseits eine notwendige Bedingung für die Induktion, andrerseits soll es sich erst durch die Erfahrung bestätigen. Und doch muß ich gestehen, vermag ich aus diesem Zirkel nicht herauszukommen, dem Prinzip, und wenn es noch so allgemein gefaßt wird, fehlt die absolute Denknotwendigkeit, daß das, was es besagt, so sein muß und gar nicht anders sein kann. Erst die Erfahrung zeigt uns, daß es annähernd so ist und durch Induktion schließen wir daraus, daß es fernerhin so sein wird.

Zum Schluß möchte ich auch die Versuche nicht unerwähnt lassen, welche in jüngster Zeit gemacht worden sind, um zu prüfen, wie weit die theoretischen Ergebnisse der Wahrscheinlichkeitsrechnung mit der Wirklichkeit übereinstimmen. Es sind dies die Untersuchungen von Marbe[1]) und Sterzinger.[2])

Beide stellen darüber Untersuchungen an, ob das Verhältnis reiner Gruppen den Berechnungen der Wahrscheinlichkeit entspricht. Unter einer reinen Gruppe versteht man das gleichzeitige oder direkt aufeinanderfolgende Erscheinen einer bestimmten Art der ins Auge gefaßten Beobachtungen. So z. B. beim Roulette das Auffallen von Nur-Rot- oder Nur-Schwarz-Würfen. Diese reinen Gruppen sind Gruppen zu 1, 2, ... n Elementen. Um sie festzustellen, notiere man sich eine große Anzahl von Würfen auf und zähle dann ab, in wie-

---

[1]) K. Marbe: Die Gleichförmigkeit in der Welt. 1916.

[2]) O. Sterzinger: Zur Logik und Naturphilosophie der Wahrscheinlichkeitslehre. 1911.

viel Fällen rot bezw. schwarz einmal, zweimal . . . n mal hintereinander gefallen ist. Nach der theoretischen Wahrscheinlichkeit müssen die Anzahlen der Gruppen zu 1, 2, 3 . . . n eine geometrische Reihe mit dem Quotient $=1/2$ bilden, d. h. die Anzahl der Gruppen zu 1 muß das Doppelte sein der Anzahl der Gruppen zu 2 und diese wieder das Doppelte der Anzahl der Gruppen zu 3, usw. oder anders ausgedrückt: Die Anzahl der Gruppen zu 1 muß gleich sein der Anzahl sämtlicher höherer Gruppen, die Anzahl der Gruppen zu 2 muß wiederum gleich sein der Anzahl sämtlicher höherer Gruppen.

Sterzinger sucht nun durch empirische Versuche nachzuweisen, daß die Übereinstimmung zwischen Theorie und Praxis sehr schlecht ist, und will zeigen, daß gewisse Knäuelungen zu beobachten sind, d. h. daß auf reine Gruppen mit einer größeren Anzahl Elemente leichter wieder eine solche mit viel Elementen folge, als eine reine Gruppe mit wenig Elementen. Ich muß gestehen, daß ich seine Schlüsse für außerordentlich übereilt halte, zumal das Material, was er verwendet, sehr gering ist und daß ich seinen Behauptungen daher nicht viel Wert beimessen kann.

Viel ernster sind die Ausführungen Marbes zu nehmen, welcher ein verhältnismäßig großes Material heranzieht. Er untersucht in der oben beschriebenen Weise die Gruppenbildung von Knaben- und Mädchengeburten. Das Material dazu entnimmt er aus Geburtenverzeichnissen der Standesämter von Fürth, Augsburg, Freiburg, Würzburg und es umfaßt ca. 250 000 Fälle. Aus diesen Aufstellungen findet er, daß bei den einfachen Gruppen die Wirklichkeit hinter der theoretischen Wahrscheinlichkeit zurückbleibt, dann ungefähr bis zu den Grupen zu 8 ein umgekehrtes Verhältnis eintritt, und von da ab wieder ein Zurückbleiben der Wirklichkeit hinter der theoretischen Berechnung eintritt.

Marbe zieht daraus verschiedene Schlüsse, so z. B. daß die Gruppen mit wachsender Anzahl von Elementen immer mehr hinter der Berechnung zurücktreten werden und schließlich in Wirklichkeit gar nicht mehr auftreten.

Trotz alledem möchte ich aber auch hier betonen, daß mir die Anzahl der Fälle zu gering erscheint, um daraus irgend

welche Schlüsse ziehen zu können, namentlich, wenn man bedenkt, ein wie unendlich kleiner Teil von Geburten berücksichtigt worden ist, es handelt sich ja nur um vier Städte und einige Jahre!

Wenn nun Marbe immer betont, wie wenig die theoretischen und praktischen Werte übereinstimmen, so finde ich gerade, daß uns die Marbeschen Aufstellungen zeigen, welch gute Annäherung an die theoretischen Werte die Wirklichkeit ergibt, so daß wir daraus ersehen können, daß die Berechnungen der Wahrscheinlichkeit nicht nur subjektive Überlegungen sind, sondern daß die wirklichen Dinge tatsächlich eine Annäherung an die Gesetze der Wahrscheinlichkeitsbetrachtungen zeigen, so daß diese als ein Hilfsmittel der Erkenntnis herangezogen werden können.

Schlußbetrachtung.

Die vorangehenden Betrachtungen haben gezeigt, daß das Wahrscheinlichkeitsproblem von den verschiedensten philosophischen Standpunkten und Richtungen in Angriff genommen worden ist, daß aber keine Theorie zu einer befriedigenden Lösung geführt hat.

Die logische Begründung der Wahrscheinlichkeitsrechnung ist vor allem für den Induktionsschluß von großer Bedeutung.

Es handelte sich zunächst darum, ob durch die mathematische Behandlung die Wahrscheinlichkeit des Induktionsschlusses zu einer größeren Sicherheit geführt werden kann. Nun hat sich aber — wie vor allem die Ausführungen von Fries und von v. Kries zeigen — ergeben, daß eine mathematische Behandlung nicht in jedem Falle von Wahrscheinlichkeit möglich ist, und daß die Wahrscheinlichkeit, wie sie der allgemeine Induktionsschluß zeigt, nicht berechenbar ist, sondern daß für eine Berechnung ganz bestimmte Bedingungen vorliegen müssen. So hat sich die Hoffnung nicht erfüllt, die man einst an die mathematische Behandlung der Wahrscheinlichkeit knüpfte, insofern man annahm, daß sie auch die Wahrscheinlichkeit des Induktionsschlusses zu einer gewissen Sicherheit erheben würde, wenn man nur das Material in der richtigen Weise analysierte.

Andrerseits zeigt sich aber deutlich, daß das sogenannte „Gesetz der großen Zahlen", d. h. die Tatsache, daß bei einer Reihe von Erscheinungen, die unter bestimmten gemeinsamen, allgemeinen Bedingungen stehen, im einzelnen aber unabhängig von einander sind, sich gewisse Regelmäßigkeiten zeigen, die mit Zunahme der Anzahl der Erscheinungen immer mehr zu Tage treten — von außerordentlicher Bedeutung für die induktive Erkenntnis und deren

Schlußverfahren ist, und daß die philosophische Begründung dieses „Gesetzes" ein wichtiges Problem für die Wissenschaft bildet.

Wie weit ist diese Erscheinung überhaupt als ein Gesetz anzusehen, welches für das Zustandekommen des Induktionsschlusses in Betracht kommt?

Die subjektive Auffassung der Wahrscheinlichkeitsrechnung tritt diesem Problem überhaupt nicht näher. Der mathematische Wahrscheinlichkeitsansatz gründet sich nach ihr lediglich auf unser subjektives Wissen und Nichtwissen, und es gilt ihr nur festzustellen, wie wir logisch einwandfrei das Maß unsrer Erwartung für einen einzelnen Fall aus den dafür in betracht kommenden Möglichkeiten berechnen.

Hingegen stellt die objektive Auffassung das Gesetz der großen Zahlen in den Mittelpunkt ihrer Betrachtungen und sucht ihm eine theoretische Klärung zu geben.

Hierbei handelt es sich zunächst darum, ob das Gesetz der großen Zahlen als ein apriorisches Denkgesetz anzusehen ist, das unserm induktiven Erfahrungswissen in ähnlicher Weise zu Grunde liegt, wie das Kausalgesetz, oder ob es selbst erst auf dem Wege der Induktion gefunden wird.

Die Ausführungen, welche die apriorische Ableitung vertreten, sind zwar äußerst scharfsinnig, vermögen aber trotzdem die absolute Denknotwendigkeit des Gesetzes nicht zu erweisen. Damit ist ein a priori im Sinne Kants ausgeschlossen.

So kennen wir denn die Gültigkeit des Gesetzes — wenn man es als Gesetz bezeichnen will — nur aus der Erfahrung. Wir wissen aus der Beobachtung, daß sich Dinge, die gewissen Bedingungen unterliegen, angenähert nach den Regeln der Wahrscheinlichkeitsrechnung verhalten haben, und schließen daraus, daß es in Zukunft auch so sein werde.

Trotzdem unterscheidet sich dies „Gesetz" von den anderen Naturgesetzen gerade dadurch, daß seine Elemente nicht kausal abhängig zu denken sind.

Andrerseits ist das Gesetz der großen Zahlen eine Art logische Forderung. Wir erwarten gewissermaßen, daß sich die Dinge darnach verhalten — auch ohne die Erfahrung

zu Hilfe zu nehmen und sind erstaunt, wenn es nicht der Fall ist. Wir setzen also das Gesetz der großen Zahlen als eine Hypothese, und wir finden es natürlich, wenn auch nicht denknotwendig, daß sich diese Hypothese in der Erfahrung erweist, ja wir nehmen das Gesetz der großen Zahlen als ein Hilfsmittel für unsre Induktionsschlüsse an.

So nimmt denn das Gesetz der großen Zahlen eine logisch eigenartige Stellung ein, und man kann wohl behaupten, daß es den theoretischen Bemühungen noch nicht gelungen ist, eine befriedigende Lösung zu geben. Es müssen also neue Wege gesucht werden, um diesem Problem eine gesicherte philosophische Grundlage zu geben.

Lebenslauf.

Geboren wurde ich, Marie Anna Deutschbein, geb. Dautzenberg am 5. Mai 1881 in Zwickau i. Sa., als Tochter des jetzt verstorbenen prakt. Arztes Dr. med. Franz Dautzenberg und seiner Frau Fanny geb. Ebert, und ich verheiratete mich im Juni 1902 mit dem damaligen Privatdozenten Dr. Max Deutschbein in Leipzig, jetzt Universitätsprofessor in Marburg a. L. Ich bin evangelischer Konfession und besitze die sächsische und die preußische Staatsangehörigkeit.

Meine Schulbildung erhielt ich auf der Höheren Bürgerschule in Zwickau i. Sa. Durch Privatstudien und durch den Besuch der Krauseschen Höheren Lehranstalt in Halle a. S. bereitete ich mich auf die Reifeprüfung vor, die ich am 27. September 1912 am Königlichen Realgymnasium zu Nordhausen bestand. Am 28. April 1915 legte ich am Königlichen Domgymnasium zu Magdeburg die Ergänzungsprüfung im Griechischen ab, und besitze somit das Reifezeugnis eines humanistischen Gymnasiums. Von 1912 bis 1919 studierte ich an der Vereinigten Friedrichs Universität Halle-Wittenberg.

Meine Studienfächer waren: Philosophie, Mathematik, Physik, Geschichte, Neuere Sprachen und Kunstgeschichte.

Meine akademischen Lehrer waren die Herren Dozenten: Dorn †, Fester, Frischeisen-Köhler, Gutzmer, Hartung, Hasenclever, Heldmann, Jaensch, Krüger, Loofs, Menzer, Pfeiffer, Robert, Schmidt, Stammler, v. Stern, Voretzsch, Waetzoldt, Wangerin, Werminghoff, Wiese, Ziehen.

Ihnen allen möchte ich meinen herzlichsten Dank aussprechen. Zu besonderem Danke aber bin ich Herrn Professor Menzer verpflichtet, der mir die Anregung zu dieser Arbeit gab und sie durch sein reges Interesse wesentlich förderte.